2025년 한국교양기초교육원 양적추론 Workshop

(QR: Quantitative Reasoning)

일시 2025. 8. 20.(수)

장소 대전대학교 30주년 기념관 중회의실(10층)

교육부

한국교양기초교육원
Korea National Institute for General Education

목　차
CONTENTS

1

단국대학교
양적추론(QR) 교육

고희정 교수(단국대학교)

단국대학교 양적추론(QR) 교육

고희정(자유교양대학)
2025.8.20.(수)

교과목, 개설되기 까지의 과정

- 학교 차원
  1. 정책 연구 중 하나
  2. 영역별 교양으로 교과목 개설(주당 3시간) 확정

- 교수자의 고민
  1. QR 인식 오류
  2. 데이터 기반, thinking in numbers 과정, 추론 및 예측

양적추론 교육

- 교과목명 : 수리추론을 통한 현대생활의 이해
- 개설학기 : 2023년 2학기 & 2024년 1학기
- 수강생 수 : 20명 내외
- 핵심 역량
  1. 실생활 문제를 수리적으로 구조화
  2. 데이터 기반 논증 능력
  3. 수치해석 및 커뮤니케이션 역량

수업 사례: 일상 속 QR의 기초

- 보여주기(수업 시연)
  1. 주제 : 투표의 함정
  2. 투표제도 분석
     "우리 생활에 투표는 어떤 영향을 줄까?"
  3. 필요한 수학 내용

수업 사례

- 주제 : 시청률
- 시청률과 광고 시장의 관계

수업 사례: 경제적 결정과 QR 분석

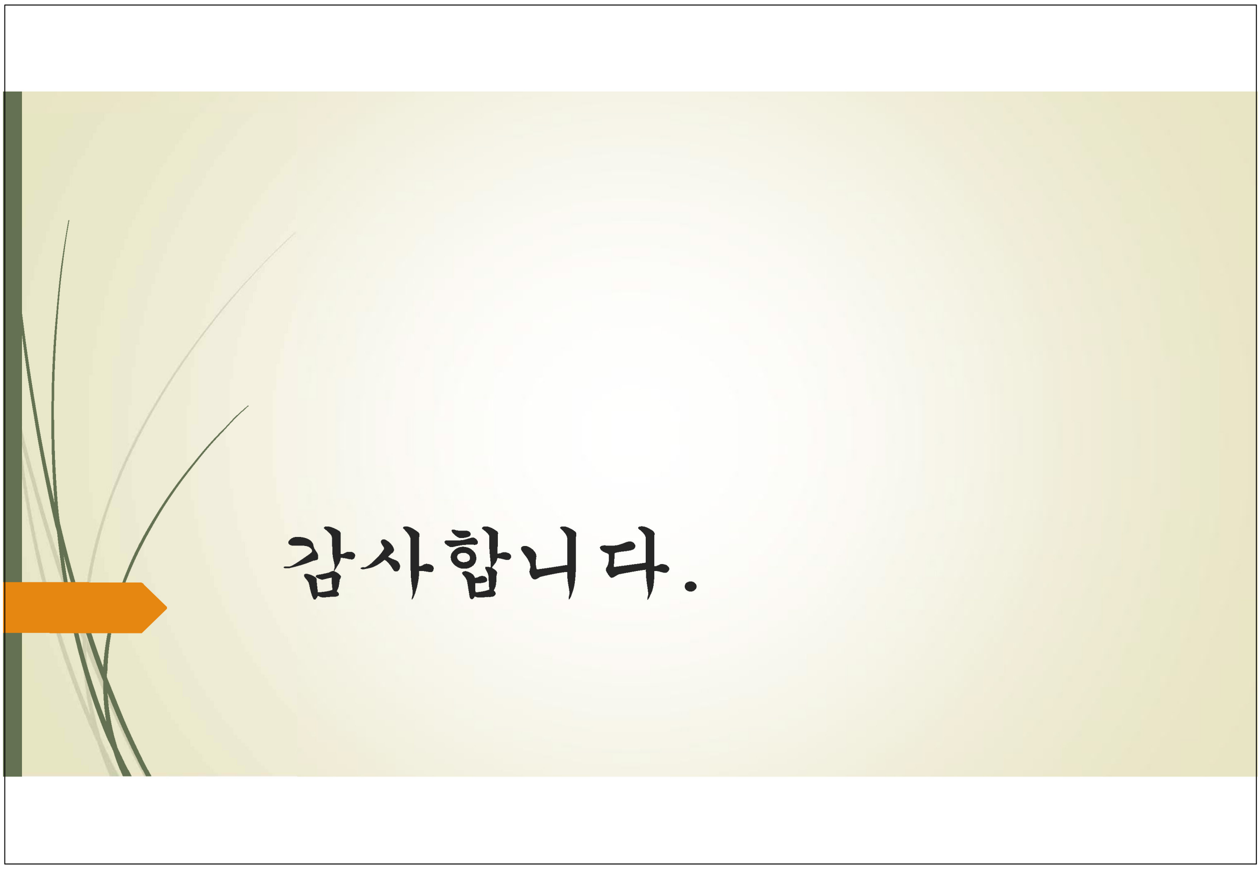
- 주제: "대학은 다닐 만한 가치가 있을까?“
- 대학의 경제적 가치 분석

수업 사례: 사회 문제와 데이터 기반 분석

- 주제 : “오염 물질을 재활용할 수 있을까?”
- 오염 물질 재활용 가능성 검토
- 공공정책의 수치적 근거 탐색

평가

- 지필고사
  1. 기초 수학 내용
  2. 1회 실시
- 개인별, 팀별 발표
- 자기성찰형 과제


감사합니다.

2

한성대학교 양적추론(QR) 교육

민경진 교수(한성대학교)

한성대학교 양적 추론 교육 사례

한성대학교 상상력 교양대학 민 경 진

과거	현재
과목 중심	문제 중심
교육부에서 정한 범위	학생, 동문 , 지역사회 연계
지식 암기	AI활용능력, 비판적 사고
지식 전달자	멘토링, 과목간 공동 강의 (교수자는 학습 설계자)
시험 중심	발표 중심, 자기평가, 동료 평가, 포트폴리오, 캡스톤

QUANTITATIVE REASONING 양적 추론 , Eric Zaslow

1 대학은 다닐 만 한가 ?

2. 남북 전쟁에서 얼마나 많은 사람이 죽었을까?

3. 이 자동차 가격은 얼마일까?

4. 우리는 쌀에 있는 비소를 걱정해야 할까?

5. 미등록 이민자가 경제에 미치는 영향은 무엇 일까?

6. 의료 보험에 가입해야 할까?

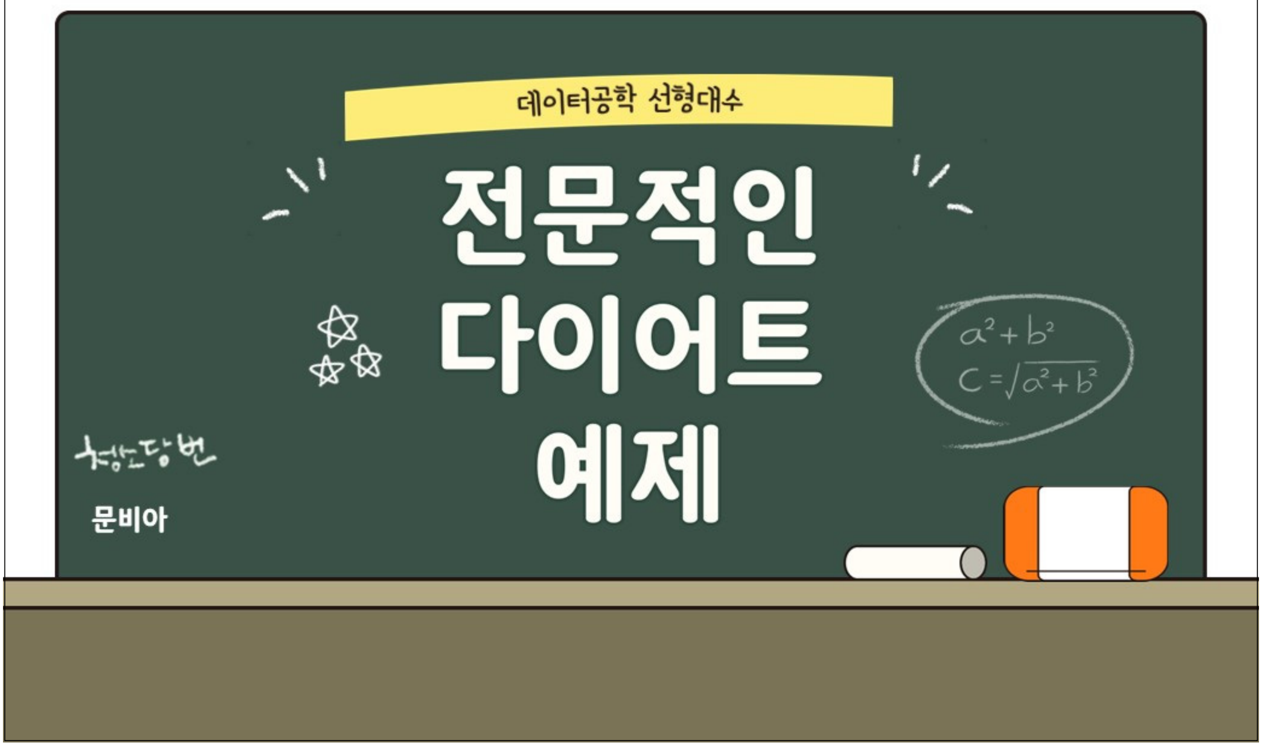
7. 오염 물질을 재활용할 수 있을까?

8. 밤하늘은 왜 어두울까?

9. 별들은 낮에 어디로 사라질까?

10. 두통에 약을 먹어야 할까?

[응용 사례 1.]



전문적인 다이어트 관리

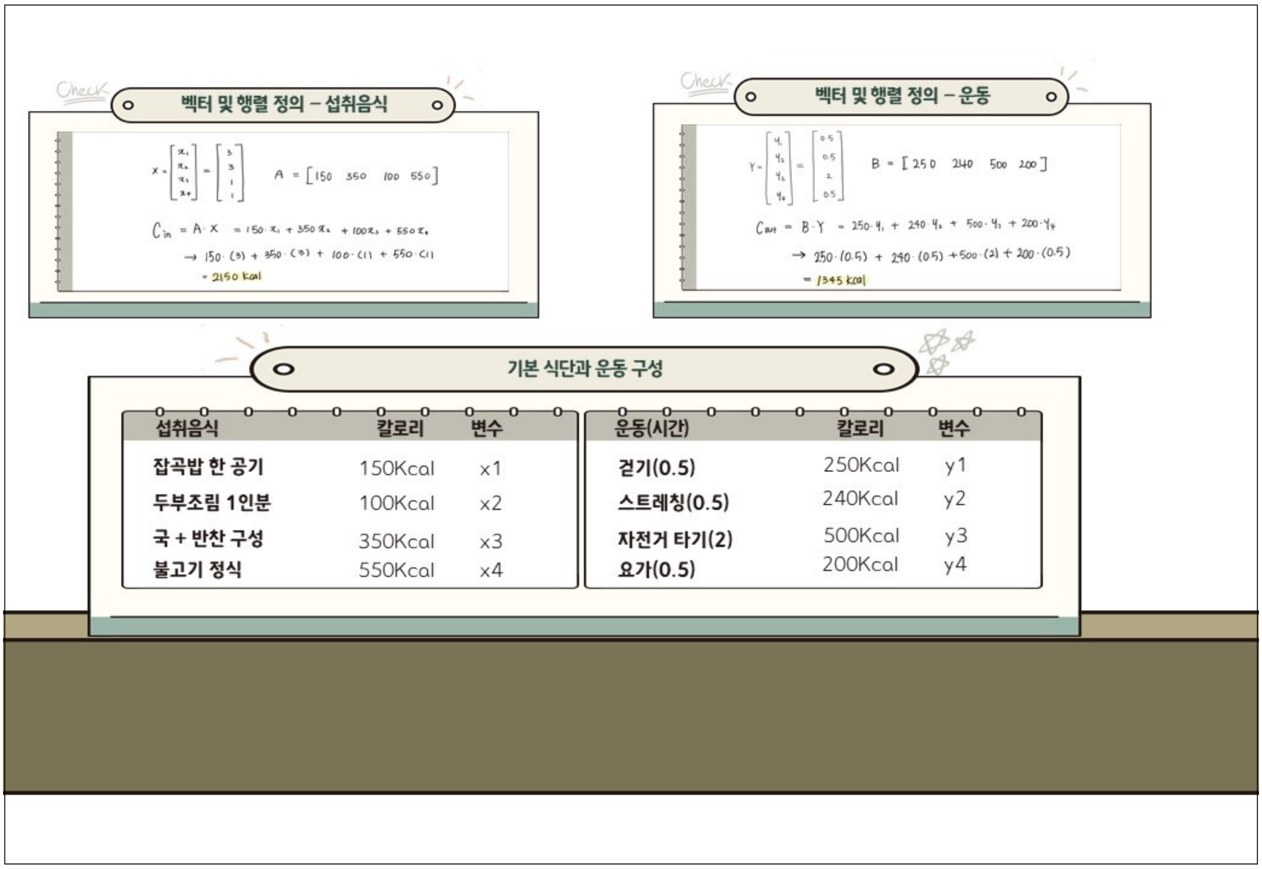
문제

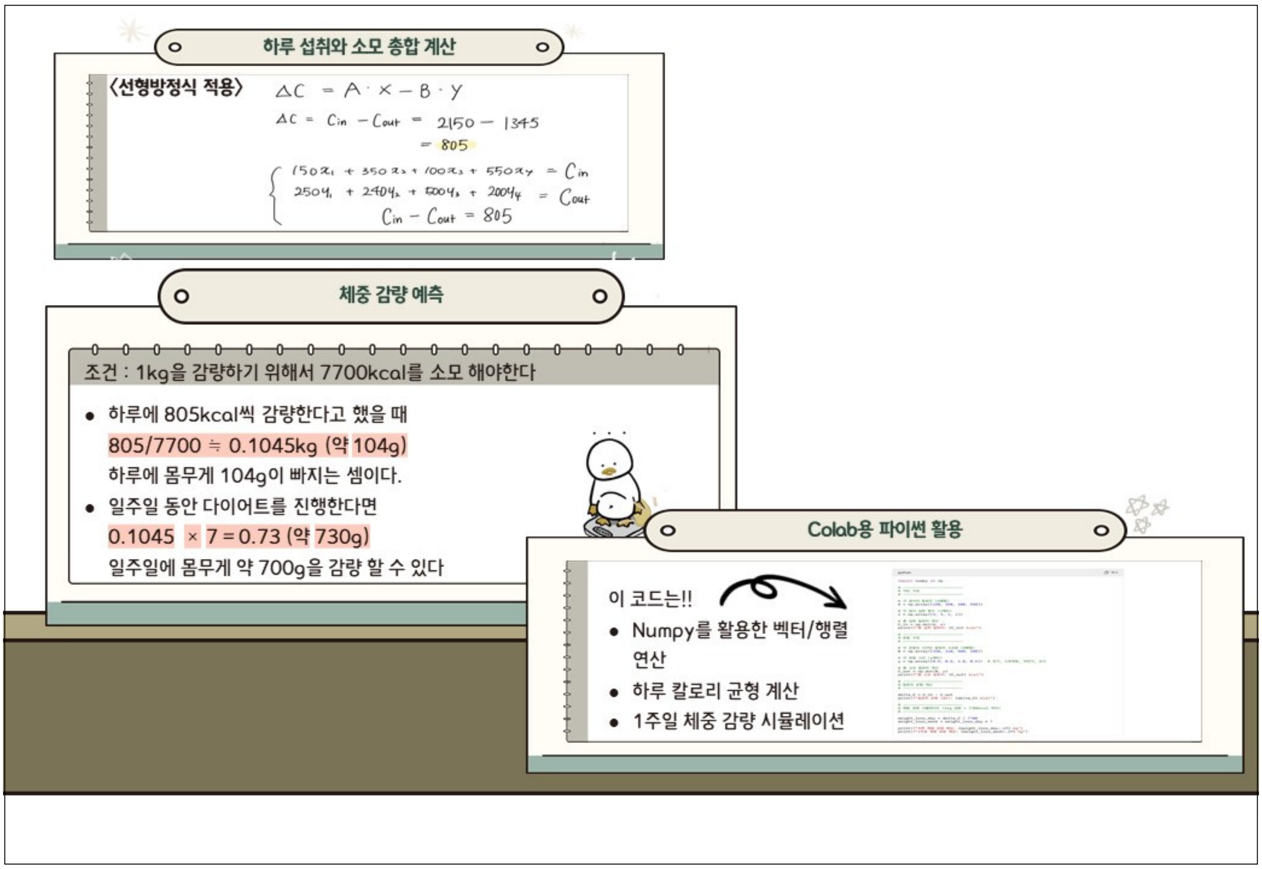
섭취하는 음식의 칼로리와 운동을 통해 소모되는 칼로리의 관계를 행렬과 선형 방정식으로 나타내어 풀어내는 전문적인 다이어트 관리에 대한 예제를 들어보세요.
하루 동안 일반식을 섭취하고, 아침과 저녁에 운동을 수행할 계획입니다.
섭취 칼로리와 운동 소모 칼로리를 계산하고, 칼로리 균형을 구하세요.

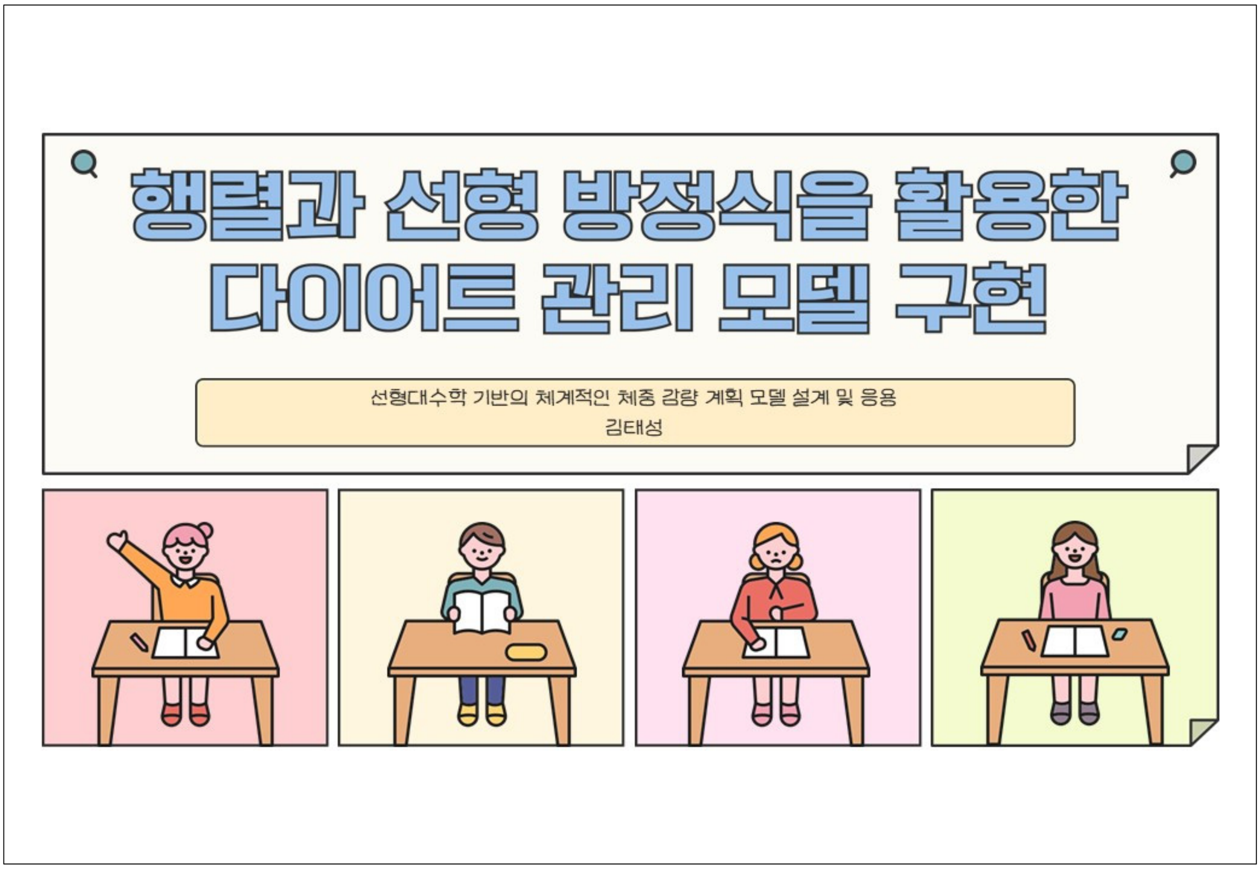
기본 식단과 운동 구성

섭취음식	칼로리	변수
잡곡밥 한 공기	150Kcal	x1
두부조림 1인분	100Kcal	x2
국 + 반찬 구성	350Kcal	x3
불고기 정식	550Kcal	x4

운동(시간)	칼로리	변수
걷기(0.5)	250Kcal	y1
스트레칭(0.5)	240Kcal	y2
자전거 타기(2)	500Kcal	y3
요가(0.5)	200Kcal	y4

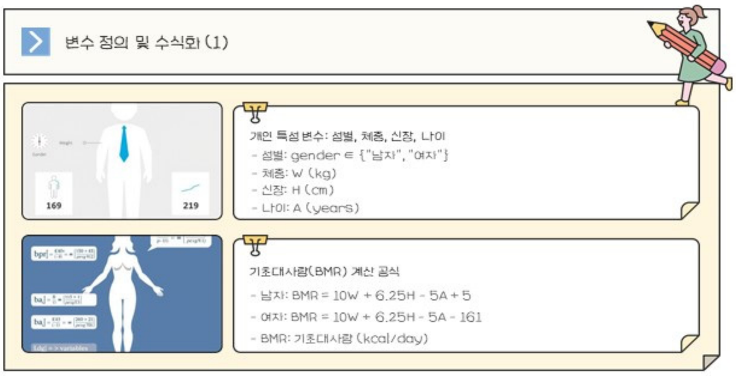

Check
벡터 및 행렬 정의 – 섭취음식
$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $A = [150 \quad 350 \quad 100 \quad 550]$
$C_{in} = A \cdot X = 150 \cdot x_1 + 350 x_2 + 100 x_3 + 550 x_4$
$\rightarrow 150 \cdot (3) + 350 \cdot (3) + 100 \cdot (1) + 550 \cdot (1)$
$= 2150$ kcal
Check
벡터 및 행렬 정의 – 운동
$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \\ 2 \\ 0.5 \end{bmatrix}$ $B = [250 \quad 240 \quad 500 \quad 200]$
$C_{out} = B \cdot Y = 250 \cdot y_1 + 240 \cdot y_2 + 500 \cdot y_3 + 200 \cdot y_4$
$\rightarrow 250 \cdot (0.5) + 240 \cdot (0.5) + 500 \cdot (2) + 200 \cdot (0.5)$
$= 1345$ kcal
기본 식단과 운동 구성
섭취음식 | 칼로리 | 변수
잡곡밥 한 공기 | 150Kcal | x1
두부조림 1인분 | 100Kcal | x2
국 + 반찬 구성 | 350Kcal | x3
불고기 정식 | 550Kcal | x4
운동(시간) | 칼로리 | 변수
걷기(0.5) | 250Kcal | y1
스트레칭(0.5) | 240Kcal | y2
자전거 타기(2) | 500Kcal | y3
요가(0.5) | 200Kcal | y4

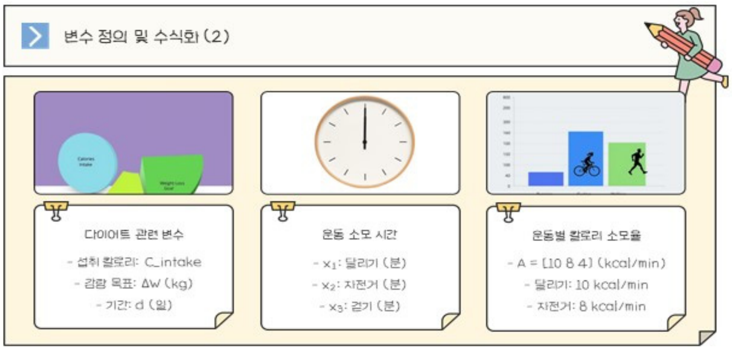

하루 섭취와 소모 총합 계산
〈선형방정식 적용〉
$\Delta C = A \cdot X - B \cdot Y$
$\Delta C = C_{in} - C_{out} = 2150 - 1345 = 805$
$\begin{cases} 150x_1 + 350x_2 + 100x_3 + 550x_4 = C_{in} \\ 250y_1 + 240y_2 + 500y_3 + 200y_4 = C_{out} \\ C_{in} - C_{out} = 805 \end{cases}$
체중 감량 예측
조건 : 1kg을 감량하기 위해서 7700kcal를 소모 해야한다
● 하루에 805kcal씩 감량한다고 했을 때
805/7700 ≒ 0.1045kg (약 104g)
하루에 몸무게 104g이 빠지는 셈이다.
● 일주일 동안 다이어트를 진행한다면
0.1045 × 7 = 0.73 (약 730g)
일주일에 몸무게 약 700g을 감량 할 수 있다
Colab용 파이썬 활용
이 코드는!!
● Numpy를 활용한 벡터/행렬 연산
● 하루 칼로리 균형 계산
● 1주일 체중 감량 시뮬레이션

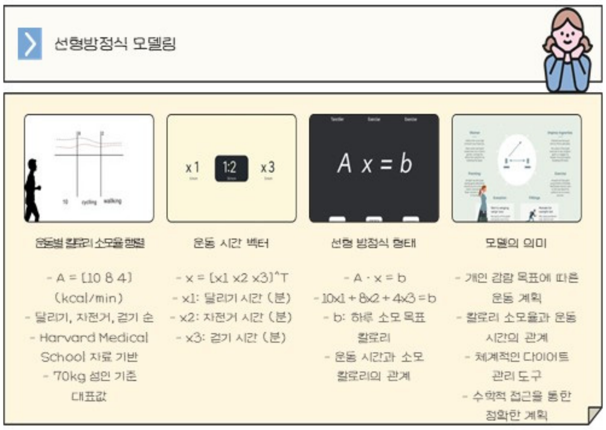


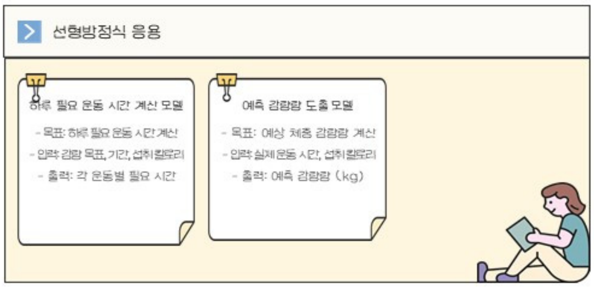
행렬과 선형 방정식을 활용한
다이어트 관리 모델 구현
선형대수학 기반의 체계적인 체중 감량 계획 모델 설계 및 응용
김태성

목차
1. 서론
- 현대 사회에서의 체계적인 다이어트 필요성
- 선형대수 기반 체중 감량 계획 모델 설계 목적
2. 변수 정의 및 수식화
- 다이어트 관련 변수 정의
- 기초대사량(BMR) 계산 공식
- 운동별 칼로리 소모율 정의
3. 선형방정식 모델링
- 운동별 칼로리 소모율 행렬 정의
- 운동 시간 벡터 정의
- 선형 방정식 형태: A · x = b
4. 선형방정식 응용
- 하루 필요 운동 시간 계산 모델
- 예측 감량량 도출 모델
- 실제 계산 예시
5. 모델 구현 및 응용
- Python을 이용한 모델 구현
- 필요 운동량 예측 모델 구현
- 예측 감량량 모델 구현 및 결과
6. 결론 및 느낀점
- 선형대수학의 실생활 적용 가능성
- 수학적 모델의 실용성과 예측 가능성
- 수학의 실제적 활용에 대한 인식 변화
체계적인 다이어트의 필요성과 수학적 접근
현대 사회에서 체계적인 다이어트는 단순한 식이조절을 넘어서 과학적이고 수학적인 접근을 필요로 한다. 이는 개인의 건강과 목표 달성을 위해 중요하며, 정확한 계획과 예측이 필수적이다.
선형대수 기반의 체중 감량 계획 모델 설계 목적
- 일상적인 칼로리 섭취와 운동량을 행렬 및 선형 방정식으로 모델링
- 전문적인 다이어트 관리에 적용 가능한 선형대수 기반 체중 감량 계획 모델 설계
- 실제 응용을 통한 모델의 유효성 검증


변수 정의 및 수식화 (1)
169
219
개인 특성 변수: 성별, 체중, 신장, 나이
- 성별: gender ∈ {"남자", "여자"}
- 체중: W (kg)
- 신장: H (cm)
- 나이: A (years)
기초대사량(BMR) 계산 공식
- 남자: BMR = 10W + 6.25H - 5A + 5
- 여자: BMR = 10W + 6.25H - 5A - 161
- BMR: 기초대사량 (kcal/day)


변수 정의 및 수식화 (2)
다이어트 관련 변수
- 섭취 칼로리: C_intake
- 감량 목표: ΔW (kg)
- 기간: d (일)
운동 소모 시간
- x_1: 달리기 (분)
- x_2: 자전거 (분)
- x_3: 걷기 (분)
운동별 칼로리 소모율
- A = [10 8 4] (kcal/min)
- 달리기: 10 kcal/min
- 자전거: 8 kcal/min


선형방정식 모델링
cycling
walking
x1
1:2
x3
A x = b
운동별 칼로리 소모율 행렬
- A = [10 8 4] (kcal/min)
- 달리기, 자전거, 걷기 순
- Harvard Medical School 자료 기반
- 70kg 성인 기준 대표값
운동 시간 벡터
- x = [x1 x2 x3]^T
- x1: 달리기 시간 (분)
- x2: 자전거 시간 (분)
- x3: 걷기 시간 (분)
선형 방정식 형태
- A · x = b
- 10x1 + 8x2 + 4x3 = b
- b: 하루 소모 목표 칼로리
- 운동 시간과 소모 칼로리의 관계
모델의 의미
- 개인 감량 목표에 따른 운동 계획
- 칼로리 소모율과 운동 시간의 관계
- 체계적인 다이어트 관리 도구
- 수학적 접근을 통한 정확한 계획


선형방정식 응용
하루 필요 운동 시간 계산 모델
- 목표: 하루 필요 운동 시간 계산
- 입력: 감량 목표, 기간, 섭취칼로리
- 출력: 각 운동별 필요 시간
예측 감량량 도출 모델
- 목표: 예상 체중 감량량 계산
- 입력: 실제 운동 시간, 섭취칼로리
- 출력: 예측 감량량 (kg)

선형방정식 응용 - 실제 계산 예시(필요 운동량)

BMR 계산

- 75kg 남성 (23세, 175cm)
- BMR = 10W + 6.25H - 5A + 5
- = 10×75 + 6.25×175 - 5×23 + 5
- = 1733.75 kcal

감량 목표 달성을 위한 하루 칼로리 적자량

- 목표: 3kg 감량 / 30일
- D = (7700 × 3) / 30
- = 770 kcal/day
- 섭취 칼로리: 1800 kcal

필요 운동량

- b = 770 - (1733.75 - 1800)
- = 836.25 kcal
- $10x_1 + 8x_2 + 4x_3 = 836.25$
- 달리기: 83.63분 / 자전거: 104.53분 / 걷기: 209.06분

선형방정식 응용 - 실제 계산 예시(예측 감량량)

BMR 계산

- 75kg 남성 (23세, 175cm)
- BMR = 10W + 6.25H - 5A + 5
- = 10×75 + 6.25×175 - 5×23 + 5
- = 1733.75 kcal

총 운동 소모 칼로리 계산

달리기 20분 × 10 = 200 kcal
자전거 40분 × 8 = 320 kcal
걷기 60분 × 4 = 240 kcal
총 운동 소모량 C_burn = 200 + 320 + 240 = 760 kcal

예측 감량량

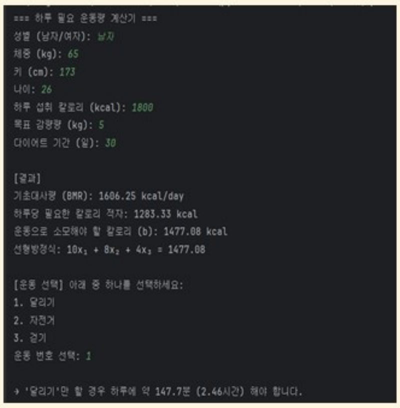
ΔW = [(C_burn - (섭취 칼로리 - BMR)) × 기간] / 7700
ΔW = [(760 - (1800 - 1733.75)) × 30] / 7700
ΔW = [(760 - 66.25) × 30] / 7700 = [693.75 × 30] / 7700
ΔW = 20812.5 / 7700 ≈ 2.70kg

모델 구현 및 응용 (1)

1. Python 구현
   - NumPy 라이브러리 활용
   - 행렬 연산 및 선형 방정식 해결
2. 사용자 입력
   - 성별, 체중, 신장, 나이, 섭취 칼로리 입력
   - 목표 감량량, 기간 설정
3. BMR 계산
   - 성별에 따른 공식 적용
   - 정확한 기초대사량 산출
4. 필요 운동량
   - 선형 방정식 해 도출
   - 각 운동별 필요 시간 계산
5. 예측 감량량
   - 실제 운동량 입력
   - 예상 체중 감량 결과 출력

모델 구현 및 응용 (2)

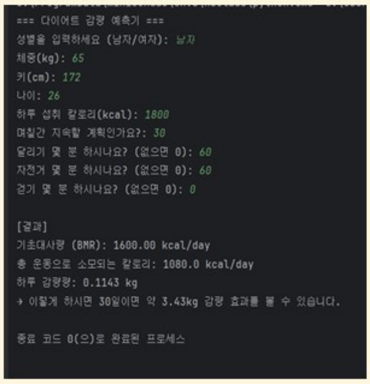
Python을 이용한 필요 운동량 모델 구현



Python을 이용한 필요 운동량 모델 실행 결과

모델 구현 및 응용 (2)

Python을 이용한 예측 감량량 모델 구현



```
=== 다이어트 감량 예측기 ===
성별을 입력하세요 (남자/여자): 남자
체중(kg): 65
키(cm): 172
나이: 26
하루 섭취 칼로리(kcal): 1800
며칠간 지속할 계획인가요?: 30
달리기 몇 분 하시나요? (없으면 0): 60
자전거 몇 분 하시나요? (없으면 0): 60
걷기 몇 분 하시나요? (없으면 0): 0

[결과]
기초대사량 (BMR): 1600.00 kcal/day
총 운동으로 소모되는 칼로리: 1080.0 kcal/day
하루 감량량: 0.1143 kg
→ 이렇게 하시면 30일이면 약 3.43kg 감량 효과를 볼 수 있습니다.

종료 코드 0(으)로 완료된 프로세스
```

Python을 이용한 예측 감량량 모델 실행 결과

결론 및 느낀점

- 일상적 다이어트 상황을 선형대수학으로 모델링
- 섭취 칼로리, 운동 소모율, 체중 감량 목표를 행렬과 선형방정식으로 표현
- Python 구현을 통해 실제 적용 가능성 확인
- 선형대수의 실생활 문제 해결 능력 체감
- 수학적 모델의 실용성과 예측 가능성 인식
- 수학을 삶의 설계와 관리 도구로 재해석
- 현실 문제의 수학적 모델링과 해석에 대한 지속적 관심 증대
- 선형대수학의 응용 가능성에 대한 새로운 시각 획득

[응용 사례 2.]

대학수학 (미분적분학) 의 FL+PBL 수업 사례 분석

- 전통적인 이론 중심의 미분적분 수업을 문제기반학습(PBL)으로 전환하여 진행 한 수업의 효과 분석.
- 학습자 중심의 팀별 학습을 통한 수학 교육 혁신 제시.

대학수학의 이론 중심 강의 개요

수업 방식	주요 내용	문제점
- 교수 주도의 일방향 강의. - 공식 암기와 문제 풀이 중심. - 학생들은 수동적 학습자 역할.	연속과 극한, 도함수, 부정적분, 정적분 개념을 강의하고 기본 공식과 응용문제 해결 방안을 제시. 이론적 접근을 우선 시.	- 낮은 학생 참여율. - 실생활 연결성 부족. - 자기 주도 학습의 가능성이 낮음.

문제기반학습(PBL) 이론 및 구조

문제 제시

실생활 관련 복합 문제 상황 제공

문제 분석

팀별 토론을 통한 문제 탐구

학습 과제 도출

필요한 지식과 기술 파악

결과물 발표

창의적 해결방안 공유

주차별 PBL 대학수학 강의 계획

1

1주차: ICE BREAKING

(1) FL: 극한, 연속 함수의 개념을 동영상으로 수업.
(2) 자기 소개, 팀 구성하기.

2

2주차: 문제 제시

(1) FL: 학습 내용은 영상과 대면 수업으로 진행.
(2) 문제 제시, 문제 내용 전달, 팀별 역할 지정.

주차별 PBL 대학수학 강의 계획

3

3주차: 문제 해결 방안 모색

(1) FL: 동영상으로 수업.
(2) 문제 해결을 위한 팀 원간 자료 공유.

4

4주차: 토론 및 발표

(1) FL: 학습 내용은 영상과 대면 수업으로 진행.
(2) 1차 제시 문제에 대한 발표.(발표자는 팀원끼리 결정)

교수자가 당일 랜덤으로 지정 할 것

수업 진행 방식

(1) 사전/사후 별도 시험 진행.
수업 전후 비교를 통해 개별 학습자의 이해 수준을 파악.

(2) 에듀테크(Edu-Tech)활용 역량 측정.
학습 내용과 관련된 문제 해결 (빌런 활용)

(3) 토론 및 발표
팀별 구성원간의 소통과 의견 교환 유도, 대표자가 발표.

(4) 만족도 조사 및 소감문 작성
만족도 조사 및 학생 개인 의견 수렴

이론 중심 수업과 차별화 된 수업

1. 극한과 연속함수

$\lim_{x \to a} f(x) = L$

$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \quad \exists \delta > 0 \text{ sunch that } 0 < |x - a| < \delta \text{ implies } |f(x) - L| < \varepsilon$

$f(x) \text{ is continuous at } a$

(1) $\exists f(a)$

(2) $\exists \lim_{x \to a} f(x)$

(3) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Intermediate Value Theorem

$\text{Suppose that } f(x) \text{ is a continuous function on } [a, b] \text{ and } f(a) \le N \le f(b).$

$\text{Then } \exists c \in (a, b) \text{ such that } f(c) = N$

[기존 시험 문제]

1. 다음 Gauss 함수 $[x]$에 대한 극한 값을 구하라. $\lim_{x \to 3+} [x]$

2. 함수 $y = \sin x$가 연속함수임을 증명하라.

[PBL 문제]

상대성 이론에서 로켓과 같은 물체의 길이는 물체가 움직이는 속도에 따라 관측자에게는 다르게 보이게 된다.
만약 관측자가 정지 상태의 로켓의 길이를 L_0로 측정 했다면 속도 v에서 로켓의 길이는

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

이다. 여기에서 빛의 속도로 $c = 3 \times 10^3 m/sec$ 이다.
v 가 증가할 때 L 의 길이는 어떻게 변화하는가?

ChatGPT 의 대답

속도 v가 증가할수록 로켓의 길이는 점점 짧아지며, v가 c 에 가까워지면 길이는 거의 0에 수렴한다. 이를 로렌츠 수축 현상이라 한다.

[학생 발표 자료]

목차

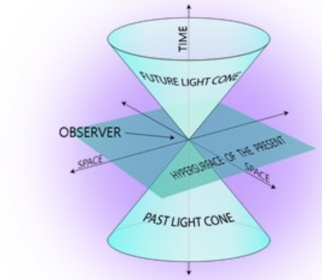
01
특수 상대성 이론과 로렌츠 수축
- 적용된 기본 원리
- 수학적 원리 이용

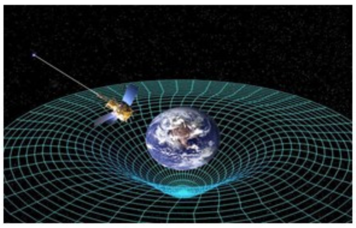
02
로렌츠 수축공식
- 공식 소개
- 물리적 해석

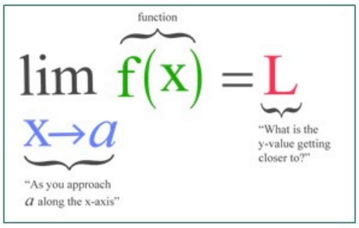
03
극한 상황 분석
- 빛의 속력에 접근한다면
- 극한 상황의 의미

04
결론
- 핵심 개념 요약
- 극한의 쓰임새

01 특수 상대성 이론과 로렌츠 수축







Calcworkshop.com

기본 원리 및 로렌츠 수축에 적용된 내용

1. 광속 불변의 원리
  : 빛의 속도는 모든 관성계에서
  항상 동일하게 측정

2. 상대성 원리
  : 모든 관성계에서 물리 법칙 동일
  : 속도에 따라 공간과 시간이 상대적
  => 시간 지연, 길이 수축

물리적 현상을 수학적 원리로

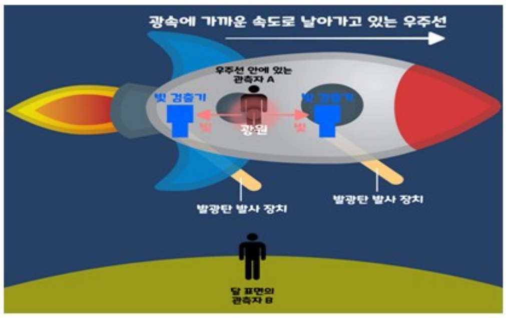
- '극한' 을 이용
- 복잡한 물리 법칙을 보다 쉽게 파악 가능
  1. 직관적 이해 도모
  2. 수학적 엄밀성 제공
  3. 물리 현상의 본질 파악

02 로렌츠 수축공식 이해하기

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

로렌츠 수축공식의 수학적 표현

- L : 관찰되는 물체의 길이
- L_0 : 물체의 고유 길이 (상수)
- v : 물체의 속도
- c : 빛의 속도 (상수)



로렌츠 수축이 로켓에 미치는 영향

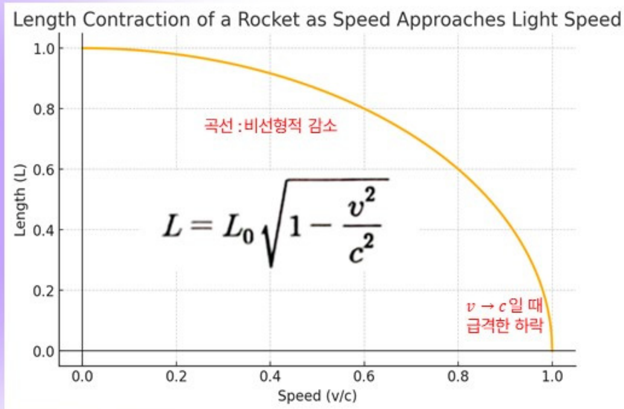
- 로켓의 속도가 증가함에 따라 관찰자가 측정하는 로켓의 길이는 로렌츠 수축공식에 따라 변화한다

- 특수 상대성 이론의 핵심 현상 중 하나로, 로켓의 속도가 빛의 속도에 가까워질수록 그 효과가 크다

03 극한을 이용한 로렌츠 수축공식 분석

*** 그래프를 통한 시각화**

Y축 : 수축된 길이 비율



X축 : 속도 비율 (v/c)

*** 로렌츠 수축공식의 극한 표현**

$$\lim_{v\to c-} L = \lim_{v\to c-} L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$= L_0\sqrt{1-1} = 0$$

1. v가 증가할 때

$\frac{v^2}{c^2}\uparrow$, $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 값 ↓

∴ 로켓의 길이 L↓

2. v가 빛의 속력 c에 가까워질 때 ($v \to c$-)

$\frac{v^2}{c^2} \to 1$, $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \to 0$

$\lim_{v\to c-} L = 0$

∴ 이론적으로 로켓의 길이는 극도로 수축 ($L \approx 0$)
관찰자 기준 로켓 길이 L은 0이 된다.

답

상대성 이론에서 로켓과 같은 물체의 길이는 움직이는 속도에 따라 관측자에게는 다르게 보이게 된다. 만약 관측자가 정지 상태의 로켓 길이를 L_0 로 측정했다면 속도 v 에서 길이는

$$L = L_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

이다. 이 방정식을 로렌츠의 수축공식이라고 한다.
여기에서 c는 빛의 속력으로 약 $3 \times 10^8 m/s$이다. v가 증가할 때 L의 길이는 어떻게 되는가?

1. 물체의 속도 v가 증가할 때 움직이는 물체의 길이 L는 감소한다.

2. v가 빛의 속도에 가까워질 정도로 증가하면 L 의 길이는 극도로 수축하여 이론상 0의 값을 가진다.

(그러나 현실적으로는 빛의 속도에 도달할 수 없으므로 L의 길이가 완전히 0이 될 수는 없다.)

결론 및 마무리

로렌츠 수축은 상대론적 속도에서

물체의 길이가 줄어드는 현상으로,

극한 분석을 통해 그 본질을 이해할 수 있다.

- 로켓 속도 증가 → 길이 감소
- 빛의 속도 접근 시 극단적 수축
- 수학적 원리인 극한으로 직관적 해석
- 상대성 이론의 핵심 개념 입증

[중간값 정리에 대한 기존 시험 문제]

Show that there is a root of the equation

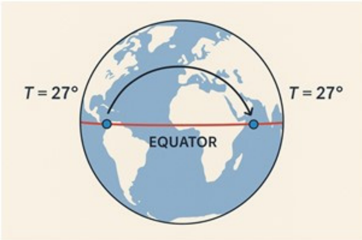
$$4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$$

Between 1 and 2.

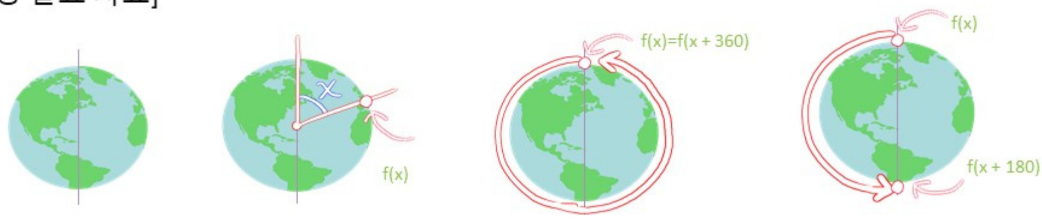
[PBL 문제: 적도 반대편에 있는 지역들 중 같은 온도를 가진 지역이 존재하는지 확인하여라.]

ChatGPT 의 대답

지구를 온도 함수 $T(p)$가 정의된 구라고 가정하자.
여기에서 p는 구 위의 한 점이고 온도 함수 T는 연속함수라고 가정한다.
적도를 따라 결정한 한 점을 p 라 하고 그 반대편에 있는 대응점을 p' 이라고 하자.
두 점은 적도를 기준으로 대척점(antipodal points)이다.
새로운 함수를 $f(p) = T(p) - T(p')$로 정의하면
$f(p)$ 는 적도 위의 점 p 에서의 온도 차이를 나타내는 함수가 된다. 이 때
(1)$f(p)$연속함수이다.
(2)적도 상에서 p가 p' 의 반대편으로 한 바퀴 돌 때, 점 p는 원을 따라 움직이므로
p의 시작점과 끝점이 동일하다. 즉,$f(p)$는 적도 위에서 정의된 연속적인 실수값 함수이다.
(3) 중간값 정리에 의해 $f(p) = 0$ 을 만족하는 점이 반드시 존재한다.
$T(p) = T(p')$ 이 된다. 따라서, 반드시 적도 상에서 반대편에 있는
두 점의 온도가 동일한 지점이 존재한다.



[학생 발표 자료]

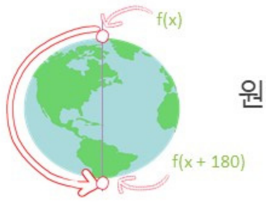


지구를 자전축을 포함한 원형으로 생각하여 증명해보자.

함수 f(x)를 북극점으로부터의 각도가 x인 지점의 온도라고 정의하자.

f(x) = f(x + 360)이므로 주기성을 가지고 있다.

그렇기에 f(x)의 반대편은 f(x + 180)이라고 볼 수 있다.



원형의 지구에서 한 부분과 그 반대 부분의 온도가 같으려면,

$f(x) = f(x + 180)$이어야 한다.

$$f(x) - f(x + 180) = k$$

k = 0 일 시, f(x)와 f(x + 180)이 항상 같기에 증명을 하는 의미가 없다.

증명을 위해, $f(x) - f(x + 180) = k$라고 하고, 항상 $k = 0$ 이 아니라고 하자.

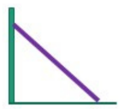
$$f(x + 180) - f(x + 360) < 0 < f(x) - f(x + 180)$$

$$\rightarrow -k < 0 < k$$

중간값 정리에 의해 원형 지구에서는 같은 온도를 가지는 부분이 적어도 하나는 존재한다.

[변화율 대한 기존 시험 문제]

A ladder 5m long rests against a vertical wall. If the bottom of the ladder slider away from the wall at a 1m/s, how fast is the top of the ladder sliding down the wall when the bottom of the ladder is 3m from the wall?



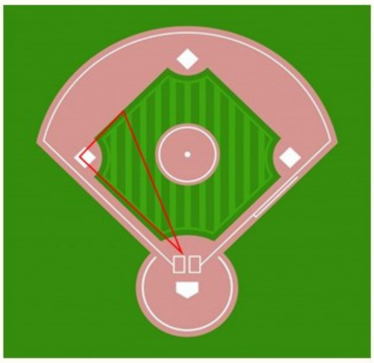
[PBL 문제]

야구장 다이아몬드는 한 변의 길이가 90ft 인 정사각형 모양이다. 어떤 선수가 2루에서 3루로 달리고 있으며, 그 선수가 3루에서 29ft 떨어져 있는 순간의 속도는 30 ft/s 라고 하자. 이 순간에 선수와 홈플레이트 사이의 거리는 어떤 속도로 변하고 있는가?

[학생 발표 자료]

<1장>

문제 접근



$x^2+90^2=z^2$

Z: 선수와 홈플레이트 사이의 거리

X: 선수와 3루 사이의 거리

90: 3루에서 홈까지(한변의 길이)

$\frac{dx}{dt}$ 선수의 속도 (음수, 3루로 가까워짐)

$\frac{dz}{dt}$ 홈플레이트와 선수 거리의 변화율

<2장>

피타고라스정리

직각삼각형에서 빗변의 제곱은 다른 두 변의 제곱의 합과 같다

$$a^2+b^2=c^2$$

<2장>

음함수의 미분법

Y를 x에 대해 명시적으로 풀 수 없는 식에서, 양변을

x에 대해 미분하여 dy/dx를 구하는 방법

예시)

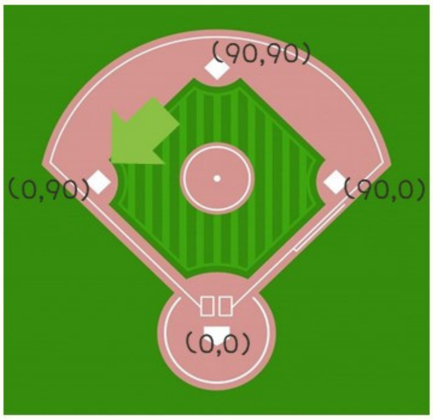
d/dx(y^n) = (n*y^n-1)*dy/dx

문제 풀이

<3장>

$$x^2+90^2=z^2$$

$$2z\frac{dz}{dt}=2x\frac{dx}{dt}\rightarrow\frac{dz}{dt}=\frac{x}{z}\times\frac{dx}{dt}$$



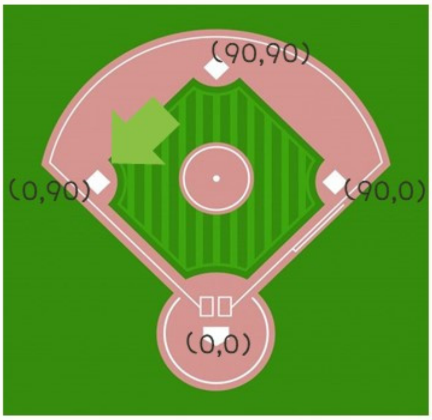
문제 풀이

<3장>

- $x=29,\quad \frac{dx}{dt}=-30\ \text{ft/s}$

$$z=\sqrt{29^2+90^2}=\sqrt{8941}\approx 94.56\ \text{ft}$$

$$\frac{dz}{dt}=\frac{29}{\sqrt{8941}}\times(-30)\approx -9.22\ \text{ft/s}$$



결론

따라서 선수와 홈플레이트와의 거리는

초당 9.22피트씩 줄어들어가고 있다

[극대,극소에 대한 수업 내용]

$Suppose\ that\ f(x)\ \ is\ \ differentiable$

(1) $If\ f'(x) > 0\,,\qquad then\ f\ is\ increasing$

(2) $If\ f'(x) < 0\,,\qquad then\ f\ is\ decreasing$

(3) $If\ f'(x) = 0\,,\qquad then\ x\ is\ a\ critical\ point$

$Suppose\ that\ f(x)\ \ is\ \ differentiable$

(1) $If\ f''(x) > 0\,,\qquad then\ f\ is\ concave\ up$

(2) $If\ f''(x) < 0\,,\qquad then\ f\ is\ concave\ down$

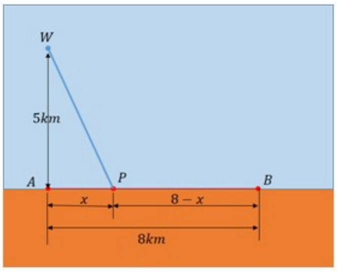
(3) $If\ f''(x) = 0\,,\qquad then\ (x, f(x))\ is\ an\ inflection\ point$

[기존 시험 문제]

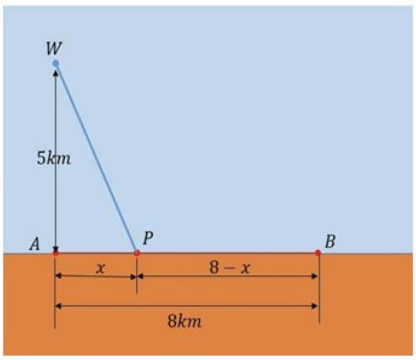
1. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1$ 의 증가 부분과 감소 부분을 구하고,
극댓값과 극솟값을 구하여라.

[PBL 문제]

Figure shows an offshore oil well located at a point W that is 5 km from the closed point A an on a straight shoreline. Oil is to be piped from W to a shore point B that is 8 km from A by piping it on a straight line under water from W to some shore point P between A and B and then on to B via pipe along the shoreline. If the cost of laying pipe is $1,000,000/km under water and $500,000/km over land, where should the point P be located to minimize the cost of laying the pipe?



[학생 발표 자료]



시추지점 W → 지점 P → 육지 지점 B

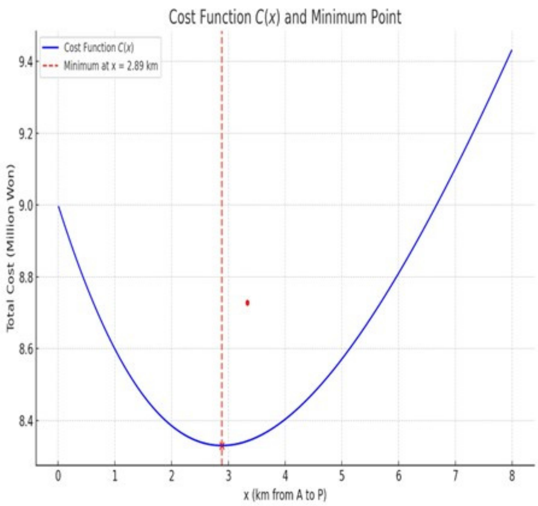
비용 : 해저 구간: 1백만 달러/km
육상 구간: 0.5백만 달러/km

목표: 설치 비용 최소화 지점 P 찾기

해저 거리 WP = √(x² + 25)
육상 거리 PB = 8 – x

전체 비용 함수
C(x) = √(x² + 25) + 0.5(8 - x)

최적화 조건 도출



$C'(x) = 0$ 일 때 극솟값을 구할 수 있음

$C'(x) = x / \sqrt{(x^2 + 25)} - 0.5$ 이므로 $C'(x) = 0$ 이 되는 x를 구하면

$X = \sqrt{(25/3)} \approx \sqrt{8.33}$

해의 형태와 근사 필요성

최솟값을 구함으로써 최적의 X 값이 $\sqrt{(25/3)} \approx \sqrt{8.33}$ 이라는 것을 알 수 있음

BUT, 이 값을 손으로 계산하기는 어려움

➔ 선형근사(linear approximation) 사용

$f(x) = \sqrt{x}$를 $x \approx a$ 근처에서 근사하려면 다음과 같은 식 사용

-> $\sqrt{x} \approx \sqrt{a} + (1 / 2\sqrt{a})(x - a)$

근사 계산 과정

이번 문제: $a = 9$, $x = 8.33$ 대입

1. **기준값 설정**
   $a = 9$ 이므로, $\sqrt{a} = 3$

2. **도함수 값 계산**
   $f'(a) = 1 / (2\sqrt{a}) = 1/(2*3) = 1/6$

3. **x-a 계산**
   $8.33 - 9 = -0.67$

4. **선형근사식 적용**
   $\sqrt{(8.33)} \approx 3 + (1/6) * (-0.67) \approx 3 - 0.112 \approx 2.888$

즉, $\sqrt{(25/3)} \approx 2.888$ 이라는 간단한 근사값 계산 가능

결론 및 의의

실제 계산값 √(25/3) ≈ 2.88675

➔ 오차는 약 0.001로 매우 작음

선형 근사 이용 계산값 = 2.888

알 수 있는 점 :

복잡한 계산 없이도 미분의 원리를 활용해 수치 근사 가능
공학/경제 분야 빠른 판단에 유용

[정적분의 응용에 대한 수업 내용]

[기존 시험 문제]

1. $y = x^2 - x$ 와 x축으로 둘러싸인 부분을 x축을 중심으로 회전 시켰을 때 생기는 입체의 부피를 구하라.

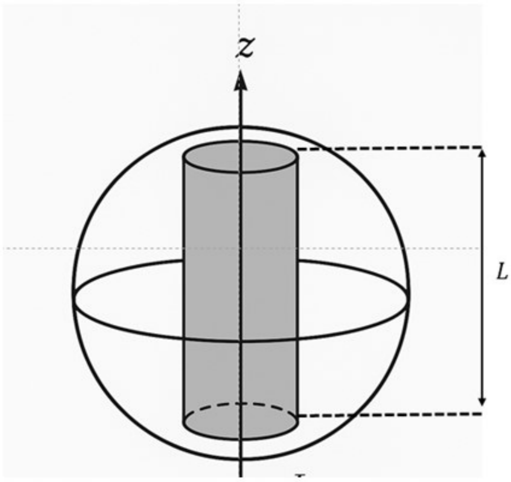
$$y = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2\, dx$$

$$= \pi \int_0^1 (x^4 - 2x^3 + x^2)\, dx$$

$$= \pi \left(\frac{6 - 5 + 10}{30}\right) = \frac{\pi}{30}$$

[PBL문제]

As shown in the accompanying figure, a cylindrical hole is drilled all the way through the center of a sphere. Show that the volume of the remaining solid depends only on the length L of the hole, not on the size of the sphere.



$$\frac{\pi L^3}{6}$$

(ChatGPT의 답)

반지름이 R 인 구에 중심을 관통하는 원통형 구멍을 수직으로 뚫는다. 원통의 반지름을 a, 전체 구멍의 길이를 L 이라 하면 $L = 2\sqrt{R^2 - a^2}$ 이다.

남은 고체의 부피 v는 L 에만 의존하고 R과는 관계가 없음을 보이는 것이 목표이다.

구의 중심을 z 축 원점으로 잡으면 구의 방정식은 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 이다. 이제 중심을 통과하는 반지름이 a 인 원통형 구멍을 xy 평면에서 뚫는다고 가정하면 원통의 방정식은 $x^2 + y^2 = a^2$ 이다, 그러므로 원통은 z 축을 중심으로 구를 관통하게 된다.

(1) 남은 고체의 부피

남은 고체의 부피는 구의 부피에서 원통과 교차된 부분을 제거한 것이다. 하지만 더 간단하게는 회전체로 접근하는 방식이 있다. x 축, y 축 을 중심으로 단면을 생각하고 z축을 따라 적분하면 된다. 구의 단면을 z축을 따라 살펴보면, z축애 대해 대칭인 원판들이 쌓여 있는 구조로 볼 수 있고, 그 원판의 반지름은 $r(z) = \sqrt{R^2 - a^2}$ 이다. 그러나 원통에 의해 잘려서 구멍이 뚫려 있으므로, 중심이서 반지름 a를 제외한 나사받이 모양의 단면이 남는다. 이 때 z 축 방향으로 높이 L만큼 원통이 뚫려있으므로 z축의 범위는 $\left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$ 이다.

(2) 남은 나사받이 단면을 적분

각 z에 대해 남은 나사받이 형 단면의 넓이는

$$A(z) = \pi(R^2 - z^2) - \pi R^2 \ = \ \pi(R^2 - z^2 - a^2)$$

이고 , 이 때 $a^2 = R^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2$ 이므로

$$A(z) = \pi\left(R^2 - z^2 - \left(R^2 - \frac{L}{2}\right)^2\right) = \left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - z^2\right)$$

이다. 이제 전체의 부피는

$$V = \pi\int_{-L/2}^{L/2}\left(\left(\frac{L}{2}\right)^2 - z^2\right)dz \ = \ \pi\left[\left(\frac{L}{2}\right)^2 z \ - \frac{z^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{\pi L^3}{6}$$

가 되어 구의 반지름이나 원통의 반지름에 의존하지 않고 오직 원통형 구멍의 길이만으로 남은 부분의 부피를 구할 수 있다.

[학생 발표 자료]

01 문제정의

문제

① 구의 중심을 통과하는 원통형 구멍을 수직으로 뚫음

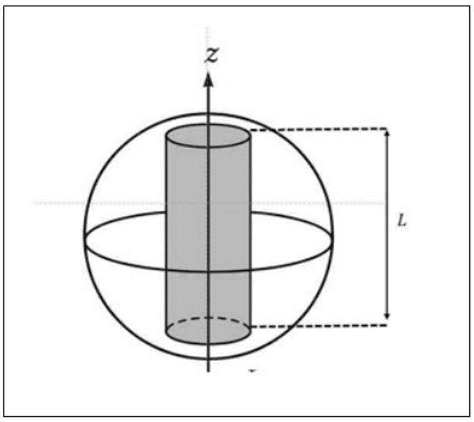
② 남은 구의 부피는 구의 반지름과 무관하게 구멍의 길이에만 의존함

변수

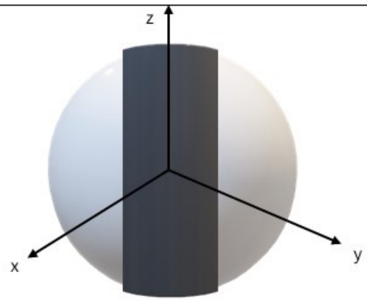
① 구의 반지름 R

② 원통형 구멍의 반지름 a

③ 구멍의 길이 L

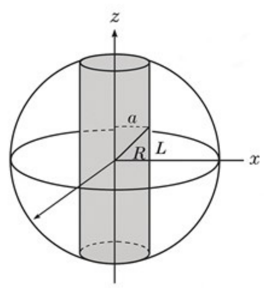


02 풀이



좌표 설정

구의 중심을 xyz 직교 좌표계의 원점(0, 0, 0)으로 설정
원통형 구멍의 중심축을 z축으로 설정



식 설정

구의 방정식: $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

원통 구멍 정의: $x^2 + y^2 \le a^2$

구의 부피 공식: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

02 풀이

범위

원통에 의해 잘린 높이 범위: $z \in \left[-\sqrt{R^2 - a^2}, \sqrt{R^2 - a^2}\right]$

범위의 크기: $L = 2\sqrt{R^2 - a^2} \quad \Rightarrow R^2 - a^2 = (\frac{L}{2})^2$

z좌표에 따른 구 단면의 반지름: $r(z) = \sqrt{R^2 - z^2}$

적분

$$\boxed{V = \int_{-L/2}^{L/2} \pi(R^2 - z^2 - a^2)dz}$$

$= \pi(R^2 - a^2) * L - \pi \int_{-L/2}^{L/2} z^2 dz$

$= \pi(R^2 - a^2) * L - \pi * \frac{L^3}{12}$

$R^2 - a^2 = (\frac{L}{2})^2$ 대입 후 정리하면

$V = \pi * \left(\frac{L}{2}\right)^2 * L - \pi * \frac{L^3}{12} = \pi * \frac{L^3}{6}$

따라서 구하고자 하는 $\boxed{V = \frac{\pi L^3}{6}}$

03 결론

Ex.1

(R=10, L=8)

$a = \sqrt{R^2 - (L/2)^2} \approx 9.17$

이때 $V \approx 669.5$

Ex.2

(R=100, L=8)

$a = \sqrt{R^2 - (L/2)^2} \approx 99.92$

이때 $V \approx 669.5$

R이 달라져도 부피 동일

"원통형 구멍이 뚫린 구의 부피는 $\frac{\pi L^3}{6}$ 로 구의 반지름과는 무관하다."

PBL 전환 후 관찰된 변화 및 효과

오개념 개선

학생들이 스스로 오개념을 인식하고 적극적으로 수정. 메타인지 능력 향상.

논리적 연결

도함수의 응용과 단면의 넓이와 부피의 연계성을 논리적으로 표현. 개념 간 통합 이해.

팀별 학습

팀 활동을 통한 개념 구체화. 반성적 사고와 의사소통 능력 증진.

전통적 강의법과 PBL수업의 비교 분석

항목	전통적 강의법	PBL(문제중심학습)
수업 주체	교수	학생
참여 방식	수동, 개별	자기 주도, 협동/토론 중심
오개념 개선	소극적(피드백 한정)	적극적, 자기 인식 및 토론
응용 및 실생활	제한적	실생활 연결, 창의적 접근
평가 방식	정형적(중간, 기말시험)	과정+결과, 발표

교수자가 학생에게

1-1. 펜과 종이로 공부하세요

1-2. 천천히! 조금 읽고 많이 생각하세요.

1-3.이 교재에 있는 질문에 답해보세요.

1-4. 가진 모든 것을 바쳐 최선을 다하세요.

2-1 수업에 참석하세요.

2-2. 교수자와 면담 시간을 활용하세요.

2-3. 자기 평가를 하세요.

2-4. 동료학생과 토론하세요.

2-5 자신감을 가지세요.

교수자 메뉴얼게

1-1. 강의계획서

1-2. 모듈화

1-3. 숙제

1-4. 프로젝트

2025년도 2학기 한성대학교 창의융합대학

융합 주제 세미나

11. 빅뱅 이전은 존재했는가?

12. 기후 온난화는 사실인가?

13. 배아 줄기세포; 수정란은 사람인가?

감사합니다.

ありがとうございます

Danke schön

Cảm ơn bạn

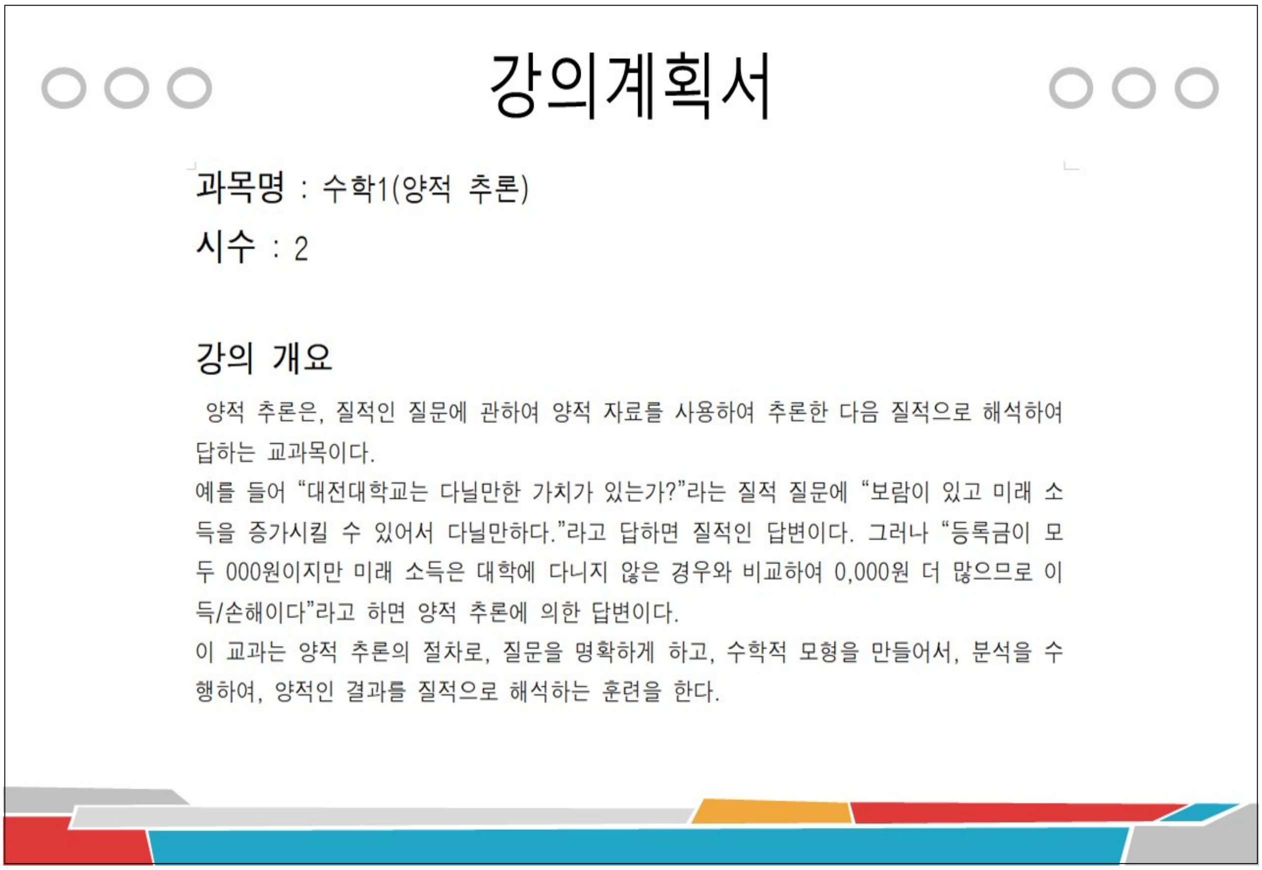
Merci beaucoup

3

대전대학교
양적추론(QR) 교육

김소연 교수(대전대학교)


수학1 (양적추론)
대전대학교 H-LAC 김소연


강의계획서
과목명 : 수학1(양적 추론)
시수 : 2
강의 개요
양적 추론은, 질적인 질문에 관하여 양적 자료를 사용하여 추론한 다음 질적으로 해석하여 답하는 교과목이다.
예를 들어 "대전대학교는 다닐만한 가치가 있는가?"라는 질적 질문에 "보람이 있고 미래 소득을 증가시킬 수 있어서 다닐만하다."라고 답하면 질적인 답변이다. 그러나 "등록금이 모두 000원이지만 미래 소득은 대학에 다니지 않은 경우와 비교하여 0,000원 더 많으므로 이득/손해이다"라고 하면 양적 추론에 의한 답변이다.
이 교과는 양적 추론의 절차로, 질문을 명확하게 하고, 수학적 모형을 만들어서, 분석을 수행하여, 양적인 결과를 질적으로 해석하는 훈련을 한다.

강의계획서

강의 목표

1) 4개의 주제를 교수가 강의하여 설명한다.
- 페르미 추론을 이용하여 대전 시내의 미용실의 수는? 하루 소비되는 치킨의 양은?
- 대학교는 다닐만한 가치가 있는가?
- 쌀에 있는 비소를 걱정할 필요가 있을까?
- 두통에 약을 먹어야 할까?

2) 소규모 팀을 구성하여 주제를 발굴하고 분석하여 발표한다.
- 3~4회 실시
- 과제수행 결과를 성적에 반영

3) 양적 추론에 사용하는 수학을 교수가 강의하고 학생은 연습문제를 풀어서 제출
- 산술, 대수, 기하, 함수 그래프, 지수 로그함수, 통계, 확률
- (필요시) 과학적 표기법, 추정

강의계획서

주차별 강의 계획

1주 : 강의 소개
2주 : 페르미 추론
3주 : 대학교는 다닐만한 가치가 있는가? -조별 토론
4주 : 3주차 조별 토론 내용 발표
5주 : 원리합계 이용, 적금 이자 계산(계산기)
6주 : 여러 가지 단위, 단위 환산
7주 : '쌀에 있는 비소를 걱정할 필요가 있을까? '
(연습문제- 조별 토론) 수영장에 수은 한 방울을 넣었을 때 먹을 수 있겠는가?

8주 : 토론 내용 정리 및 각자 보충하여 제출
- 중간고사 대체.

8주 : 토론 내용 정리 및 각자 보충하여 제출
- 중간고사 대체.

9주 : 함수 - 다항함수, 삼각, 지수, 로그함수(자연로그) 소개
10주 : 확률 - 기댓값, 로또 당첨 확률 계산
11주 : 통계 - 평균, 분산, 표준편차, Z-점수, 수능 성적표, 가설검정
12주 : '두통에 약을 먹어야 할까?' -임상 시험예시 소개
(조별 토론) 가설검정 예시 찾아 정리하기
13주 : 여러 가지 문제
14주 : 시험 대비 문제 제시 및 풀이
15주 : 기말고사 -지필시험

강의소개- 양적추론이란?

양적 추론이란?

질적인 질문에 양적 자료와 계산으로 추론

- 질적인 질문; 내일 비가 많이 올까?
- 질적인 추론; 하늘이 흐린 걸 보니 비가 올 것 같다.
- 양적인 추론; 일기예보에 예상 강수량이 10mm/시간 이라고 했다.
- 결론 ; 비가 많이 온다.

- 양적 추론은 문제를 수리적으로 모델링하고 데이터를 수집하여 처리한다.

8

예시1)강수량 10mm 란?

- 강수량이란 <내린 비가 어디에도 흐르지 않고 그대로 쌓인 빗물의 깊이>를 뜻한다.
- 강수량 10mm는 < 비가 내리는 곳에 컵을 두면 한 시간에 10mm가 쌓이게 되는 것>을 의미한다.

◆ 한 시간동안 비를 맞으면 그 양은?

- 위에서 본 사람 면적을 가로50 cm×세로 20cm =1000 cm² 라고 하면
- 1시간동안 바닥면적이 1000cm²인 통에 1cm의 비가 쌓인 것이므로 비의 양(부피)은 1000cm³(L)이다.

➢ 즉, 시간당 1리터의 물을 들이 붓는 것과 같다.
➢ 바람이 불면 면적이 늘어나므로 더 많은 양을 맞게 된다.
➢ 10분 동안 맞는다면 1000/6=167ml(cm³) 대략 , 종이컵 (150ml) 한 컵 정도의 양.

9

페르미 추론

시카고에 사는 피아노 조율사의 수는? (1940년)

① 시카고의 인구는 약 300만 명이다.

② 가구당 구성원은 약 3명이다.

③ 피아노 보유율을 10% 정도라 하자.

④ 피아노 조율은 일 년에 한 번 한다고 가정한다.

⑤ 조율사가 조율에 걸리는 시간은 이동 시간을 포함해 2시간 정도이다.

⑥ 조율사는 하루 8시간, 주 5일, 1년에 50주간 일한다.

페르미는 이런 가정을 바탕으로 다음과 같이 대략적인 피아노 조율사의 수를 **추론**하였다.

①인구는 300만이고 3명이 한 가구를 이루므로 시카고에는 약 100만 가구가 있다. (3,000,000÷3=1,000,000)

②피아노 보유율이 10%이므로 시카고에 있는 피아노는 약 10만 대이다. (1,000,000×10/100=100,000)

③피아노 조율은 일 년에 한 번 한다고 가정했으므로 시카고의 피아노 조율은 연간 10만 건이다.

④피아노 조율사는 피아노 한 대를 조율하는데 2시간 걸리고, 하루에 8시간 일하므로 하루에 4대의 피아노를 조율할 수 있다.

⑤조율사는 주 5일, 1년에 50주를 일하므로 조율사 한 명이 1년에 조율할 수 있는 피아노는 1000대이다.

⑥ 따라서 시카고에 있는 피아노 조율사의 수는 100명이다. (100,000÷1,000=100)

페르미가 얻은 피아노 조율사 수의 근삿값은 당시에 실제 시카고 전화번호부에 있는 수와 비슷했다고 하니 아주 얼토당토않은 추정은 아니었음을 알 수 있다. 이처럼 페르미 추정은 기초적인 지식과 논리적 추론을 통해 짧은 시간에 근삿값을 얻는 수학적 과정이다.

촛불 집회에 참여한 사람의 수 계산

페르미 추정법을 사용하면
집회에 활용한 공간의 전체면적을 계산하고, 단위 면적당 참여할 수 있는 인원을 계산하여 전체 참여 인원을 추정하게 된다.

예컨대, 3.3제곱미터당 밀집지역은 9명, 비밀집지역은 5명과 같이 계산하여 전체 인원을 추산한다.

- 페르미 추정법의 한계 : 유동 인구의 수를 따로 계산할 수 없고, 서 있는 경우와 앉아 있는 경우의 3.3제곱미터당 사람 수도 다르다.

- 최근에는 구글맵을 이용하여 만들어진 맵체킹 프로그램, 드론, 핸드폰 위치 확인을 통해서 산정하기도 하지만 이들 역시 추산의 과정을 거친다는 점에서 여전히 한계가 있다.


촛불집회 인원 집계, 앉으면 6명 서면 9명?
한국은 여전히 논대중만…

대전대학교는 다닐만한 가치가 있을까?

<대학을 다니는 경우>

1. 대학 4년동안 드는 비용

2. 선택할 수 있는 직업들
 - 연봉/퇴직금 (국가통계 포털)
  : 임금 상승고려(물가 상승률)
 - 정규직/비정규직
 - 승진기회

3. 근무 기간 (예 26세~65세)

< 대학을 다니지 않는 경우>

1. 4년 일찍 취업하여 벌어들이는 소득

2. 선택할 수 있는 직업들
 - 연봉/퇴직금(국가통계포털)
  : 임금 상승고려 (물가상승률)
 - 정규직/비정규직
 - 승진기회

3. 근무 기간 (예 20세~65세)

경제적 가치 -소득

임금 계산 (통계포털)

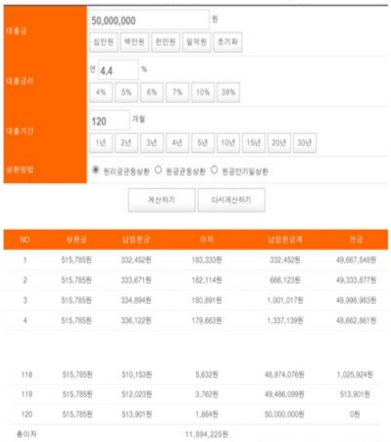
- 소득연수; 대졸 35년 (30~65) 비졸업 39년 (졸업자 학업기간 +4년)
- 직장인 초봉(2020년 기준); 고졸-2500만원 대졸- 3,400만원
- 평생소득 30년 근무(임금상승 2.5% / 년)
- 계산식; 등비수열 합, r = 1.025 S= $\frac{\text{첫항}(\text{공비}^{n}-1)}{\text{공비}-1} = \frac{a(r^{n}-1)}{r-1}$
- 대졸= $\frac{3400(1.025^{35}-1)}{1.025-1}$만원 = (3400*1.36)/0.025= 18억4,690만원
- 고졸= $\frac{2500(1.025^{39}-1)}{1.025-1}$만원 = (2500*1.62)/0.025= 16억2,000만원
- 소득격차 = 2억2,700

월 원리금균등상환 예

- 5000만원 대출, 연이자 4.4%=0.044, 10년 원리금 균등상환이면 월 얼마씩?
- $\left(1+\frac{r}{12}\right)^{n}P-\frac{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{n}-1}{\frac{r}{12}}M=0$ (P:원금 M:매월 상환액, n:개월)
- $\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}5000-\frac{\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}-1}{\frac{0.044}{12}}M=0$
- $\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}5000=\frac{\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}-1}{\frac{0.044}{12}}$
- $M=\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}5000/\frac{\left(1+\frac{0.044}{12}\right)^{120}-1}{\frac{0.044}{12}}$= 51.5785만원 =52만원 (대략)

즉, 51.578만원씩 10년(120개월) 상환하면 61,892,100만원이 들어간다.

< 대출 상환 방식 비교 그래프>



국제단위계

<기본 단위>

물리량	이름	단위
길이	미터(Meter)	m
질량	킬로그램 (Kilogram)	kg
시간	초(Second)	s
전류	암페어 (Ampere)	A
열역학적 온도	켈빈(Kelvin)	K
물질량	몰(Mole)	mol
광도	칸델라 (Candela)	cd

<유도단위>

유도량	명칭	기호
넓이	제곱미터	m^2
부피	세제곱미터	m^3
속력, 속도	미터 매 초	$m\ s^{-1}$
가속도	미터 매 초 제곱	$m\ s^{-2}$
파동수	역 미터	m^{-1}
밀도	킬로그램 매 세제곱미터	$kg\ m^{-3}$
비부피	세제곱미터 매 킬로그램	$m^3\ kg^{-1}$
전류밀도	암페어 매 제곱미터	$A\ m^{-2}$
자기장의 세기	암페어 매 미터	$A\ m^{-1}$
물질량의 농도	몰 매 세제곱미터	$mol\ m^{-3}$
광휘도	칸델라 매 제곱미터	$cd\ m^{-2}$
굴절률	하나(숫자)	1

<특별한 명칭과 기호를 가진 SI 유도단위>

유도량	명칭	기호	다른 SI 단위 표시	SI 기본단위 표시
평면각	라디안	rad		$m\ m^{-1}=1$
입체각	스테라디안	sr		$m^2\ m^{-2}=1$
주파수	헤르츠	Hz		s^{-1}
힘	뉴턴	N		$m\ kg\ s^{-2}$
압력, 응력	파스칼	Pa	$N\ m^{-2}$	$m^{-1}\ kg\ s^{-2}$
에너지, 일, 열량	줄	J	$N\ m$	$m^2\ kg\ s^{-2}$
일률, 전력	와트	W	$J\ s^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}$
전하량, 전기량	쿨롱	C		$s\ A$
전위차, 기전력	볼트	V	$W\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-1}$
전기용량	패럿	F	$C\ V^{-1}$	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^4\ A^2$
전기저항	옴	Ω	$V\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-3}\ A^{-2}$
전기전도도	지멘스	S	$A\ V^{-1}$	$m^{-2}\ kg^{-1}\ s^3\ A^2$
자기선속	웨버	Wb	$V\ s$	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
자기선속밀도	테슬라	T	Wb m-2	$kg\ s^{-2}\ A^{-1}$
인덕턴스	헨리	H	$Wb\ A^{-1}$	$m^2\ kg\ s^{-2}\ A^{-2}$
섭씨온도	섭씨도	℃		K
광선속	루멘	lm	cd sr	$m^2\ m^{-2}\ cd = cd$
조명도	럭스	lx	$lm\ m^{-2}$	$m^2\ m^{-4}\ cd = m^{-2}\ cd$
방사능	베크렐	Bq		s^{-1}
흡수선량, 커마	그레이	Gy	$J\ kg^{-1}$	$m^2\ s^{-2}$
선량당량	시버트	Sv	$J\ kg^{-1}$	$m^2\ s^{-2}$
촉매활성도	캐탈	kat		$mol\ s^{-1}$

<SI 접두어>

배수	접두어	기호	배수	접두어	기호
10^{24}	요타	Y	10^{-1}	데시	d
10^{21}	제타	Z	10^{-2}	센티	c
10^{18}	엑사	E	10^{-3}	밀리	m
10^{15}	페타	P	10^{-6}	마이크로	μ
10^{12}	테라	T	10^{-9}	나노	n
10^{9}	기가	G	10^{-12}	피코	p
10^{6}	메가	M	10^{-15}	펨토	f
10^{3}	킬로	k	10^{-18}	아토	a
10^{2}	헥토	h	10^{-21}	젭토	z
10^{1}	데카	da	10^{-24}	욕토	y

※ 유도단위란 기본단위나 다른 유도단위를 서로 곱하거나 나누어 얻어지는 단위.
예를 들면, 속도(m/s)는 거리(m)를 시간(s)으로 나눈 것이다.

<연습문제>

1. 다음 단위로 환산을 하는데 사용하는 환산계수는 무엇인가?

① m에서 km ② ft에서 mi

③L에서 gal ④ s(초)에서 wk(주)

⑤kg에서 lbs(지구기준)

2. 아래의 숫자 또는 접두사에 해당하는 10의 거듭제곱을 써라.
(예를 들어 센티는 10^{-2})

① 백만 ② 조

③ 밀리- ④ 킬로-

⑤ 마이크로- ⑥ 나노-

⑦ 메가

3. 달팽이가 18인치 수족관 벽을 6분 동안 꾸준히 기어간다. 속도를 시간당 마일로 나타내면 얼마인가?

4. $1Cal$는 $1kcal$ 또는 $1,000cal$와 같다. 이것들은 에너지 단위이다. $1cal$는 $4.184J$(줄)이다. $1kg$물체를 $1m$ 들어 올리려면 $9.8J$ 의 에너지를 소비한다. ($1kg$는 약$2.2lbs$). 체육관에서 데드리프트를 30번 하는데, 한꺼번에 지면에서 150파운드를 $1m$ 들어 올린다면, 필요한 에너지는 총 몇 칼로리인가?

5. 다음 양을 계산하되 올바른 유효숫자 수를 사용하여 과학적 표기법으로 나타내라.

① $2.12\times10^{5}+0.0782$

② $0.0300\times(2.13\times10^{-3})$

③ $1.234+57.89$

④ $0.00003500\times(3.211\times10^{-13})$

우리는 쌀에 있는 비소를 걱정할 필요가 있을까?

(3) 한번 계산을 해볼까요?

벼 세 포기의 쌀알은 3,500여 개, 밥 한 공기의 쌀알 숫자도 3,500여 개이며, 쌀 한 톨의 무게는 25mg이다. 한 공기가 되는 밥을 짓기 전 쌀의 건조 중량은 90그램이다. 쌀을 불려 밥솥에서 익히면 90그램이 대략 210그램 정도로 불어나고 열량은 약 300 칼로리이다.

계산에 필요한 양

① **삼산화비소(As203)의 반감기 : 10시간~12시간**

② **삼산화비소(As203)의 치사량 : 70mg/70kg (인체 중독량은 5~50 mg/70kg)**

③ 백미에 포함된 비소량 : 0.08mg/kg.

④ 밥 한 공기 210g은 건조된 쌀 90g(0.09kg)이므로.
한국 쌀을 한 사람이 1일에 평균 2끼의 쌀을 먹는다고 가정하면,
섭취하는 비소량은

0.08mg • 0.09 • 2 = 0.0144**mg** = 14.4 ㎍ 이다.

꾸준히 하루 2끼씩 쌀을 섭취한다는 가정을 하면 비소의 반감기(배출)를 생각하지 않아도 체내에서 치사량 100mg이 되려면
$100\div0.0144=6,944$일 즉, 19년이 걸린다.

이때, 캘리포니아쌀을 섭취한다면?
배출되는 양을 생각하지 않는다면 2배가 더 축적되므로, 치사량에 도달하기까지 10년 정도 걸린다고 할 수 있다.

이제 반감기(계산의 편의성을 위해 24시간이라 하자)를 이용해 축적되는 비소양을 계산하자.

처음 : a

1일 후 : $a+\frac{1}{2}a$

2일 후 :$a+(a+\frac{1}{2}a)\frac{1}{2}=a+\frac{1}{2}a+(\frac{1}{2})^2a$

3일 후:$a+(a+\frac{1}{2}a+(\frac{1}{2})^2a)\frac{1}{2}=a+\frac{1}{2}a+(\frac{1}{2})^2a+(\frac{1}{2})^3a$

…

n일 후 : $a(1+\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2+\cdots+(\frac{1}{2})^n)=2a(1-(\frac{1}{2})^n)$

이므로 $a=14$㎍ 를 대입하여 치명률$100000\mu g$에 도달하는 n을 찾자.

$14(1-(\frac{1}{2})^n)>100000\ (\mu g)$

$1-(\frac{1}{2})^n>\frac{100000}{14}\fallingdotseq7143$

$(\frac{1}{2})^n<-7142$

이것은 불가능한 계산이다. 반감기를 고려했을 때 치사량과 중독량(500㎍)에는 절대 도달 할 수 없다.

<조별 토론>

수은에 대한 최대 오염 수준 MCL은 2ppb이다. 만약 누군가가 깨끗한 식수로 가득 한 수영장에 수은 한 방울을 넣고 그것을 먹으라고 한다면, 여러분은 마실 것인가? 이유를 설명하시오.

참고) $1ppb = 10^{-3}ppm = 10^{-7}\%$

1. 올림픽 수영장 크기와 물의 부피

$50m \times 25m \times 2m = 2500m^3 = 25 \times 10^8\ cm^3\ (ml)$: 물의 부피

$1cm^3 = 1ml = 1g$ (물의 경우)

$1kg = 1l = 1000ml$ (물의 경우)

2 수은 한 방울

스포이드 한 방울: $0.05\,ml$

수은 밀도 $13.56\,g/cm^3\,(ml)$

수은의 질량 $0.05\,ml \times \frac{13.56g}{ml} = 0.678g$

3. 수영장 물 안에 수은의 농도

$$\frac{0.678}{25 \times 10^8 + 0.678} \times 10^9 = 0.2712\ ppb < 2ppb$$

: 최대 오염수준인 $2\,ppb$ 보다 낮다.

확률

<연습문제>

1. 20명의 학생 중 반장,부반장을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

2. 20명의 학생 중 대표 2명을 뽑는 경우의 수를 구하시오.

3. 로또 복권의 판매액이 839억일 때, 복권 한 장당 기댓값을 구해보자.

- 순서에 상관 없이 1부터 45까지의 숫자 중 6개를 선택한다. (한 줄 1,000원)

- 순위및 상금
  - 총당첨금은 판매액의 ½ (839억/2=419.5억)

1등 : [419.5억 – (4등,5등상금)] 의 75%

2,3등 : [419.5억 – (4등,5등상금)] 의 12.5%

4등 : 50,000원

5등 : 5,000원

순위	당첨 내용
1	6개 번호 모두 일치
2	5개 번호 일치 + 나머지 1개가 2등 보너스볼 번호 일치
3	5개 번호 일치
4	4개 번호 일치
5	3개 번호 일치

통계

5. 수능 성적표

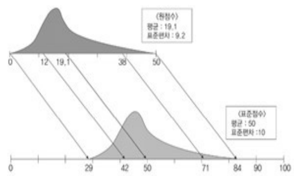
① 표준점수 : 과목별 표준편차에 Z점수를 곱한 뒤 과목의 평균을 곱하는 방식으로 산정되기 때문에 표준점수를 높게 받기 위해서는 Z점수가 높아야 한다. Z점수는 수험생의 원점수가 높을수록, 집단의 평균과 표준편차가 낮을수록 높아지기 때문에 어려운 시험에서 수험자의 원점수가 높을수록 표준점수는 증가하게 된다.

$\boxed{\text{(표준점수) = (Z점수)} \times \text{(해당 영역/과목의 표준편차) + (평균)}}$

※ 국어, 수학: 평균 100, 표준편차 20

탐구 영역: 평균 50, 표준편차 10

ex) <탐구영역>에서 물리2를 응시한 학생이 50점 만점에서 원점수 38점을 취득했다고 하자. 물리2를 응시한 학생들의 원점수 평균은 19.1점, 표준편차는 9.2일 때, 이 학생의 표준점수를 구하면 $\frac{38-19.1}{9.2}\times 10+50=70.54$점 이다.



② 수능 백분위

표준점수가 수험생의 원점수가 선택과목 그룹에서 어느 위치에 해당하는지 상대적인 서열을 나타내는 점수라면 백분위는 해당 과목에서 개인의 표준점수가 어느 정도의 서열인지를 나타내는 수치이다.

$$\frac{\text{(수험생이 받은 표준점수보다 낮은 표준점수를 받은 수험생의 수) + (동점자 수)} \div 2}{\text{해당 영역 / 과목의 수험생 수}} \times 100$$

표준점수	인원수
98	5
93	10
92	12
89	5
⋮	⋮
62	2

73명

왼쪽과 같은 표준점수 분포가 있을 때, 전체 인원수 100명인 과목에서 수험생이 표준점수 92점을 받았다면 백분위 점수는 $\frac{73+(12\div 2)}{100}\times 100 = 79$ **점이다.**

<u>두통에 약을 먹어야 할까?</u>

모의 임상 시험 데이터를 통해 <u>치료 집단의 두통이 우연히 더 짧은 시간에 사라질 확률</u>을 유의 수준 95%로 추정하자.

▶ 귀무가설: 치료 집단의 두통이 우연히 더 짧은 시간에 사라졌다.
(두통약은 효과가 없다.)
대립가설: 치료 집단의 두통이 우연히 더 짧은 시간에 사라진 것이 아니다.
(두통약은 효과가 있다.)

step1) 두 집단(각30명)에게 치료약과 위약(가짜약)을 먹인 후 기분이 좋아질 때까지 걸린 시간(분)을 측정.

치료약
16 18 18 19 15 24 20 15 18 19
20 27 12 21 20 17 16 10 18 20
21 24 14 24 16 11 18 16 19 14 평균 18, 표준편차 3.90

위약(가짜 약)
28 23 18 21 21 24 22 18 21 24
13 25 22 19 21 25 21 20 19 19
21 23 26 28 25 19 25 24 20 25 평균 22, 표준편차 3.21

• 평균끼리 비교하면 실험약이 효과가 있어 보인다!

step2) 위약군의 모집단을 평균22, 표준편차3.21 인 정규분포를 따른다고 하자.
(위 예시와 여러 제약회사의 데이터를 참고하여 나온 값이라고 가정)
그러면, 표본집단 30명 평균의 분포는 정규분포를 따르고,
평균22, 표준편차 $\frac{3.21}{\sqrt{30}}=0.586$ **이다.**

step3) 실험약 투여군의 평균값 18이 위약군에서 나올 확률을 계산해보자.

$P(X=18)=P(Z=\frac{18-22}{0.586})=P(Z=-6.83)=10^{-10}\ (<0.05)$

10억분의 1은 유의 수준 $\alpha=0.05$ (95%)보다 훨씬 작은 범위에 있다.

<연습문제>

1. 여러분은 위 실험 결과를 토대로 두통약 가격과 부작용을 생각했을 때 두통약을 먹을 가치가 있다고 생각하는가? 그렇게 생각한 이유도 써 보세요.

2. 생쥐가 미로를 통과하는 데 걸리는 시간을 측정한 결과, 평균값은 42.8초, 표준편차는 4.3초인 정규분포를 따르는 것으로 나타났다. 무작위로 선정된 생쥐 여섯 마리가 미로를 통과하는데 평균 45초 이상이 걸릴 확률은 얼마인가?

3. (조별 토론)
가설 검정 예시 자료를 찾아보고 의견을 서로 나눈 후 토론 내용을 정리하여 제출하시오. (원격- 학습활동-과제에 제출)

여러 가지 문제

< 강의록9 > 여러 가지 문제

◆ 백분율(%)

1. 4만원짜리 모자를 30%할인 한다면 얼마에 살 수 있을까?

2. 다음 중 1200원짜리 과자를 다음 조건으로 판매할 때, 가장 싸게 판매하는 편의점은?
A: 3개 사면 30% 할인
B: 2+1(2개 사면 개 증정)
C: 전 품목 20%할인 + 통신사10% 추가 할인

3. 다음 신문기사의 헤드라인은 맞을까 틀릴까?
"러시아 기독교 신자 700% 증가"
러시아의 기독교 신자가 2000년에 3만4,102명이었는데 2009년에 23만9,580명으로 증가했다.

4.① 10% 가격을 인상하고 10% 할인하면 원래 가격으로 돌아올까?
② 10% 가격을 인하하고 10% 인상하면 원래 가격으로 돌아올까?
③ 위 ①과 ②의 차이는?

5. 다음 백분율을 계산하라.
① 300의 20%
② 65의 18%
③ 136의 0.12%
④ 2%의 3%
⑤ 50%의 10%의 2%
⑥ 17.39의 375%

◆ 방정식

6. ① 메리가 달려간 거리의 세 배가 자바리가 달려간 거리의 두 배보다 110km 더 크다. 메리가 달린 거리(M)와 자바리가 달린 거리(J)에 관한 방정식을 써라.

② 메리가 자바리보다 네 배나 더 멀리 달렸다고 가정하자. M과 J에 관한 두 번째 방정식을 쓰고, 두 식을 계산해 메리와 자바리가 달린 거리를 km단위로 구하라. 두 사람의 거리를 명확하게 구분해서 써야 한다.

7. 낸시의 시급은 바니의 두 배지만, 바니는 낸시보다 50% 더 많은 시간을 일한다. 바니의 소득에 대한 낸시의 소득 비율은 얼마인가?

8. 몰리는 헨리보다 두 살 어리다. 6년 전, 몰리는 헨리 나이의 3분의 2였다. 헨리의 현재 나이를 H로 하고 몰리의 현재 나이를 M으로 하자. 이 정보를 이용해 H와 M에 관한 두 개의 방정식을 작성하라. 방정식을 풀어서 헨리와 몰 리가 몇 살인지 결정하라.

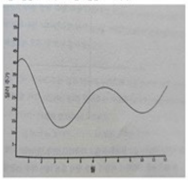
9. 다음 방정식은 어떤 동물의 시간에 따른 개체 수 변화를 나타낸다. 방정식에서 P는 개체수, t는 년 단위의 시간을 나타낸다.
a. $P=1000-5t$
b. $P=8000(0.95)^t$
c. $P=1000+70t$
d. $P=5000+2000\sin(2\pi t)$
이제 다음 각 문장에 해당하는 방정식을 찾아라.

a. 이 동물의 개체 수는 매년 같은 수로 증가한다.
b. 이 동물의 개체 수는 매년 5%씩 감소한다.
c. 이 동물의 개체 수는 일년 내내 오르락 내리락한다.
d. $t=0$ 일 때, 이 집단들은 개체 수가 같다.

10. 점 (0,32)와 (100,212)를 통과하는 직선의 방정식을 써라. 이 식은 섭씨를 화씨로 변환하는 방정식이다. 이 직선의 기울기가 얼마인지 설명하고, 섭씨1도가 의미하는 것은 무엇인지 설명하라.

11. 점 (3,7)과 점 (6,-1)을 통과하는 선의 기울기는 얼마인가? 어느 점에서 y축과 만나는가? 이 직선의 방정식은 무엇인가? 어느 점에서나 x축과 만나는가? 이 방정식이 직선 $y=x+1$과 만나는지를 어떻게 하면 빨리 알 수 있을까?
이 두 직선이 만나는 점을 찾거나, 만나는 점이 없으면 그 이유를 설명하라.

12. 다음 그림은 어떤 회사의 올 해 월 (t)별 주가를 나타내는 함수 그래프이다. 1월 1일은 $t=0$이고, 2월 1일은 $t=1$이다.



a. 주식이 최고가에 도달한 날짜는 대략 언제인가?
b. 주가가 가장 낮았을 때는 얼마인가?
c. 6월 1일 ($t=5$)은 주가가 증가 추세인가?
d. 주가가 변동하지 않았거나 조금만 변동한 시기는 언제인가?
e. 언제 주가가 폭락했는가?

13. 한 항공사가 200명 규모인 항공기에 탑승할 수 있는 항공권 210장을 판매 했다. 표 소지자의 10%가 예고 없이 탑승하지 않는다면, 대기하는 승객 몇 명이 탑승할 수 있을까?

14. 다음 식을 풀어서 T 값을 구하라.
$$e^{-0.07T}=\frac{1}{2}$$

15. 12' × 16'(인치)인 양탄자를 2' × 2'인 정사각형으로 잘랐는데 자투리가 남지 않았다. 정사각형이 몇 개 만들어졌는가?

◆ 확률과 통계

16. 주사위 두 개를 던져서 합이 5일 확률은 얼마인가?

17. 어떤 학급의 쪽지 시험 점수가 8,10,6,9,9 이다.
a. 평균값은 얼마인가?
b. 중앙값은 얼마인가?
c. 분산은 얼마인가?
d. 표준편차는 얼마인가?
e. 8점일 때의 z-점수는 얼마인가?

18. 신문이 산발적으로 우리 집 현관에 배달된다. 하루를 기준으로 신문이 안 올 확률은 $\frac{1}{2}$, 신문이 한 개 올 확률은 $\frac{1}{3}$, 신문이 두 개 올 확률은 $\frac{1}{6}$이다. 두 달 동안 (60일) 집을 떠나 있을 예정이다. 돌아오면 현관에 신문이 몇 개 쌓여 있을 거라고 예상할 수 있겠는가?

강의 후기

◆교재 연구의 필요성

1. 일상 관련 쉬운 주제 탐색 필요
- 다른 교과와 연관된 주제들이 많음
- 주제탐색및 선정에 해박하지 않음

2. 학생들의 흥미를 제대로 끌어내지 못함
- 학생들에겐 여전히 주제가 수학 문제(+과학)이고 어려움.
- 조별 활동을 적극적으로 할 수 있을 만큼의 수준으로...

4

양적추론 워크숍

최병문 위원장(대전대학교)

양적추론 워크숍

■ **최병문** 위원장(대전대학교)

1. 어림계산

- $3{,}071 + 6{,}892 =$
- $32{,}245 - 2{,}341 =$
- $414 \div 320 =$
- $4{,}407 \times 5{,}312 =$
- 48의 15%는?
- 51의 19%는?

2. 정확한 수, 정밀한 수

- 야구장의 관중 수 – 3만, 3만5천, 3만7,200, 3만7,180
- 강의실에 있는 학생수 – 40명, 41명, 50명, 100명
- 지금 대전대학교 안에 있는 학생수 – 2,000, 2,400, 2,420, 2,419

3. 문장제 문제 word problem

- 영수는 친구들과 집에서 저녁을 시켜 먹기로 했다. 피자 한 판(8쪽)과 군만두 20개를 주문했다. 그런데 친구들과 똑같이 나누어 먹고 싶다.
- 영수가 초대할 수 있는 친구는 최대 몇 명일까?

4. 페르미 추정

a. 지금 대전 시내에 피아노가 몇 대 있을까?

- 대전시 인구 150만
- 1가구 = 3명, 가구수 = 50만가구
- 5가구에 1대 ⇒ 10만대
- 아파트 1단지 = 1,000가구 ⇒ 250단지 ⇒ 학원 125개
- 학원 1개소에 10대 ⇒1,250대
- 10만+1250 = 101,250(대)

페르미 추정 연습 (나무위키 인용)

1. 대전 시내에 미용실이 모두 몇 개일까?
2. 한라산을 삽으로 모두 퍼내려면 몇 삽이나 퍼야 할까?
3. 야구장을 땅콩으로 채우려면 몇 개 정도 들어갈까?
4. 우리나라에서 오늘 점심에 짜장면은 사람은 모두 몇 명?
5. 소설책 한 권에 있는 글자는 모두 몇 자일까?
6. 대전시에서 하루에 팔리는 치킨은 몇 마리?

5. 단위

a) 길이 m

- 프랑스 혁명(1789~1799)
- 아파트 8층의 높이는?

b) 부피 L

- 맥주 1캔은 몇 ml?, 우유 1팩은?

c) 질량(무게) kg

- 맥주 1L의 무게는? 다이아몬드 1carat는?

d) 여러 나라 단위

- 인치inch – 1피트의 1/12, 손가락 한 마디 2.54cm
  - 30인치 TV = 화면 대각선 길이 = 76.2cm
  - 인치와 촌 寸– 척의1/10, 엄지손 한 마디
- 피트feet – 발바닥의 길이, 30.5cm, 12인치
  - 1665년 영국 흑사병 무덤 깊이 6피트
  - 항공기 고도 22,000~44,000 피트 = 6,600~13,000 미터
- 마일mile – 1,000걸음, 1.6km
- 야드yard – 91.44cm, 헨리 1세의 팔 길이
  - 미국골프장 야드 기준
- 1a(are) = $100\mathrm{m}^2$ = $10\mathrm{m} \times 10\mathrm{m}$
  - 1ha = 1hectare = , 축구장 넓이는?
- 평坪 – 일본식 단위, 3.3
  - 토요토미 히데요시의 세금징수 단위, 성인 1명이 누울 수 있는 공간
  - 32평 아파트 넓이는 몇 m^2?
- A 계열
  - A0 비율이 $1 : \sqrt{2}$ 이면서 넓이가 $1\mathrm{m}^2$
  - 1번 접으면 A1, 4번 접접으면 A4
  - A4는 세로가 몇 cm?
- B 계열(일본, 책 인쇄)
  - 비율이 $1 : \sqrt{2}$ 이면서 넓이가 $1.5\mathrm{m}^2$, – B4 = 250?mm x 365mm 국배판
- 말(斗, 두) = 10되 = 18리터
  - 석유 1통 = 20L
- 홉(合, 합) = 180mL, 양손으로 뜨는 분량
  - 소주 1병 = 2홉, 카스 맥주 1캔은?
- 갤런Gal = 3.785L
  - 섭씨 20도에서 물 10파운드(4.54kg)의 부피
  - 포도주 1병 = 1/5갤런 = 750mL

d) 시간

- 1초(秒, Second) = 1일/24/60/60
  - 여객기 속도는? 태풍 속도는?
  - 오늘의 바람 속도는? 오늘의 최고기온은?

e) 빛

- 1cd 칸델라 = 양초(candle)1개 밝기
  - 1lm = 1cd가 내는 빛의 양, led 전구(20W) 1개=170lm = 양초 170개
- 1lx룩스 = 단위면적에 비취는 빛의 양
  - 1lx = 1lm/㎡ = 촛불 하나가 1㎡에
  - 적도 보름달 빛

☺ 1KW의 전기포트로 종이컵(200cc) 1잔의 물을 끓이려면? (단, 종이컵 속 물의 온도는 10℃)

- 10℃의 물을 끓이려면 90℃를 올려야 한다.
- 1cc를 (10도를 100도로) 끓이려면 90cal 필요
- 종이컵 1잔(200cc)을 끓이려면 18,000cal = 18Kcal 필요
- 1KW = 238cal/s이므로 18Kcal 일을 하려면 18,000/238 = 75.6(초)

6. 자동차 유지비용

- 차량 가격, 감가상각(차량 가격의 10%)
- 기름값
  - 연비 12km/L
  - 운행 거리(주당); 학교 왕복(20km×2×5일) + 주말 외출(60km×1/2) = 130km/1주
  - 1주 기름 소모량; 130km/12km/L = 약 10.8L
  - 1주 기름값; 10.8L×1620원/L = 약 17,500원
  - 1년 기름값; 17,500/1주×52주 = 91만원/1년
- 자동차세; 40만원/1년
- 자동차 보험료
  - 의무(책임)보험, 임의보험; 100만원/1년
- 소모품
  - 1년 주행거리 = 130km/1주×52주 = 6,760km

- 엔진오일 교환; 8만원/1년
- 브레이크패드, 와이퍼, 전구, 밧데리 20만원/4년 = 5만원/1년

• 소비증가

- 주말 외출; 100,000원×2회/월×12월=240만원/1년

• 종합

- 기름값+보험료+세금+감가상각+소모품+소비증가
= 91만원+40만원+100만원+5만원+240만원 = 476만원/1년 = **약 40만원/1월**

• 보완할 점은?

7. 은행 이자 계산

• 기준금리 한국은행, 예대 마진 big 0.5% giant 0.75%, ultra 1.0%

• 단리– 단순이자

- 예금 연 3%, 원금 100만원,
- 1년 뒤 100+0.03 x 100= (1+0.03) x 100 =1.03 x 100= 103
- 2년 뒤 103+0.03 x 100= 100+(0.03 x 100)+(0.03 x 100)= 106
- 10년 뒤 100+(0.03×100)×10 =130
- n년 뒤 100+(0.03 x 100)×n = 100 + 0.03n

• 복리 – 복합이자

- 대출 연 3%, 원금 100만원
- 1년 뒤 100+0.03 x 100= (1+0.03) x 100 =1.03 x 100= 103
- 2년 뒤 103+0.03 x 103=103(1+0.03) = 100(1.03)(1.03) =106.9
- 10년 뒤 100(1.03)(1.03) •••(1.03) = 100×1.03^2 = 134.3916
- n년 뒤 $100 \times (1.03)^n$

- 월 복리 – 매월 복리 계산
  - 연 3%, 원금 100만원
  - 월 3%/12 = 월 0.25% = 월 0.0025
  - 1개월 뒤 100+0.0025x100=1.0025x00=100.25
  - 2개월 뒤 100(1.0025)(1.0025) =100.5006
  - 12개월(1년 뒤) 100×(1.0025)^{12} = 103.0416
  - 120개월(10년 뒤) 100×(1.0025)^{120} = 134.9354 (연 복리일 때는 134.3916)
  - n년 뒤 100×(1.0025)^{12n}

- 일 복리, 시간 복리, 초 복리?
  - 지수함수

- **대출 – 월 균등상환, 거치식**
  - 원금 P, 이자 연 r (% 아님!), 매월 상환액 M(원금+이자) = ?
  - 1개월 뒤 대출잔액 $P+\frac{r}{12}P-M=\left(1+\frac{r}{12}\right)P-M$
  - 2개월 뒤 대출잔액 $\left(1+\frac{r}{12}\right)\left[\left(1+\frac{r}{12}\right)P-M\right]-M=\left(1+\frac{r}{12}\right)^2P-\left\{1+\left(1+\frac{r}{12}\right)\right\}M$
  - 3개월 뒤 대출잔액 $\left(1+\frac{r}{12}\right)^3P-\left\{1+\left(1+\frac{r}{12}\right)+\left(1+\frac{r}{12}\right)^2\right\}M$
  - n개월 뒤 대출잔액 $\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}P-\left\{1+\left(1+\frac{r}{12}\right)+\left(1+\frac{r}{12}\right)^2\cdots+\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}\right\}M$

$$=\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}P-\frac{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}-1}{\frac{r}{12}}M$$

  - $\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}P-\frac{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{\mathrm{n}}-1}{\frac{r}{12}}M=0$ 이면 상환 완료!

- 월 균등상환 예

  – 1500만원 대출, 이자 4.4%=0.04, 10년 균등 상환이면 월 얼마씩?

  – $\left(1+\frac{r}{12}\right)^{10}1000-\frac{\left(1+\frac{r}{12}\right)^{10}-1}{\frac{r}{12}}M=\left(1+\frac{0.04}{12}\right)^{10}1000-\frac{\left(1+\frac{0.04}{12}\right)^{10}-1}{\frac{0.04}{12}}M=0$

  – $M=\left(1+\frac{0.04}{12}\right)^{120}1000\div\frac{\left(1+\frac{0.04}{12}\right)^{120}-1}{\frac{0.04}{12}}$ = 101,245(원)

- 72의 법칙

이탈리아의 수학자이자 프란스시스코 수사 루카 파촐리(Luca Pacioli,1447–1517)

72를 연이율로 나누어 나온 숫자가 자본금이 두 배가 되는 데 필요한 햇수이다. 예를 들면 연이율이 6퍼센트이면, 72를 6으로 나누면 12가 나온다. 즉, 12년 뒤에 그 자본금은 2배가 된다.

  – 복리 연 7%일 때 10년 후에, 연 10%일 때 7년 후에 원금의 2배

  – 복리 연 5%일 때 원금의 2배가 되려면 몇 년 후?

  – 대출받은 후 10년이 지났는데 원금의 3배가 되었다. 이율은?

8. 대학은 졸업할 만한 가치가 있는가?

- 대학을 학비를 들여서 졸업하면 경제적으로 이익일까?
- 대학교는? 경제적 가치는 평생 소득
- 학비를 들여서 대학을 졸업하면 비졸업자보다 소득이 얼마나 더 많을까?
- 직업은 급여소득자, 소득은 총급여와 평생 연금
- 학비(1학기, 만원)

종류	등록금	교재비	자격증	교통비	월세	문화 생활	학생 회비	식비	학용품	자동차	술값	의류	통신비	동아리	생활 용품
대학 졸업	360	15	5	20	240	20	4	90	10	220	48	100	45	0.5	60
비 졸업				20	240	30		90		220		100	45		60

  – 졸업 학업비용; 1학기 1,237만5천원, 8학기 12,375,000×8=9,900만원

  – 비졸업 생활비용; 1학기 805만원, 8학기 805×8=6,440만원

Z세대 구직자의 희망 초봉

📌 평균 4,800만 원

✓ 대기업 취업 희망자 5,000만 원

✓ 외국계 기업 희망자 5,400만 원

2024년 실제 대졸초임·대졸초봉 (한국경영자총협회 자료)

📌 전체 평균 : 3,675만 원

✓ 300인 이상 대기업 : 5,001만 원

✓ 100~299인 중견기업 : 4,200만 원

✓ 100인 미만 중소기업 : 3,000만 원

업종별 대졸초봉 비교

✓ 금융 및 보험업 – 5,302만 원 (최고)

✓ 제조업 – 3,810만 원

✓ 서비스업 – 3,675만 원

✓ 건설업 – 3,400만 원

✓ 운수 및 창고업 – 3,200만 원

대졸	
대기업/공기업	중소기업
4,300 - 4,500만원	3,200 - 3,400만원

고졸	
대기업/공기업	중소기업
3,500 - 3,700만원	2,600 - 2,800만원

급여 소득

- 소득연수; 대졸 35년(30~65) 비졸업 39년 (학업기간 4년)
- 학위별 임금격차(2020년); 고졸 100%, 전문대 108%, 대학 136%, 대학원 182%
- 직장인 초봉(2020년 기준); 고졸 2,800만원 대졸 3,800만원
- 평생 소득 35(39)년 근무(임금상승 2.5%/년)
  - 계산식; 등비수열 합(r=1.025) S = $\dfrac{\text{첫항}(\text{공비}]^n-1)}{\text{공비}-1} = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$
  - 졸업자; $\dfrac{3800(1.025^{35}-1)}{1.025-1}$만원 = (3800*1.373)/0.025=20억8,696만원
  - 비졸업자; $\dfrac{2800(1.025^{39}-1)}{1.025-1}$만원 = (2800*1.619)/0.025=18억1,328만원
- 급여 소득격차 = 2억7,368만원

연금소득(국민연금관리공단)

- 연금소득 비율; 생애 평균소득의 40%
- 기대수명; 65세~90세=25년
- 실질소득(급여 공제 –9%); 졸업자 20억8,696만원×91% = 18억9,913만원,
비졸업자 18억1,328만원×91% = 16억5,008만원

- 생애 평균소득; 졸업자 20억8,696만원/35년 = 5,963만원,
  비졸업자 18억1,328만원/39년 = 4,649만원
- 첫 연금(1년); 졸업자 5,963만원×40% = 2,385만원,
  비졸업자 4,649만원×40% = 1,860만원
- 생애 연금소득;

졸업자 $\frac{2385(1.025^{25}-1)}{1.025-1} = 2385 \times \frac{0.854}{0.025} = 2385 \times 34.16 =$ 8억1,472만원

비졸업자 $\frac{1869(1.025^{25}-1)}{1.025-1} = 1869 \times \frac{0.854}{0.025} = 1869 \times 34.16 =$ 6억3,845만원

- 평생 소득 = 급여 실질 소득 + 연금 소득
  졸업자 18억9,913만원 + 8억1,472만원 = 27억1385만원
  비졸업자 16억5,008만원 + 6억3,845만원 = 22억8,853만원
- **평생 소득 차이 = 4억2,532만원**

9. 우리나라는 얼마나 살기 좋은 나라일까?

- 살기 좋은 나라의 기준(요소)은?
- 우리나라는 세계에서 살기 좋은 나라로 몇 위일까?
- 순위 계산; $\frac{\text{가중순위합}}{\text{중요도합}} = \frac{\sum R \times I}{\sum I}$
- 연습

영역	기준(요소)	국가 순위 R	중요도 I	가중 순위
A	aaa	4	5	20
	bbb	10	4	40
	ccc	4	1	4
	ddd	2	1	2
순위 계산 66/11 = 6위			중요도 합 11	가중 순위 합 66

• ChatGPT에게 질문한 살기 좋은 나라의 순위를 정하는 기준(요소)

영역	기준(요소)
삶의 질	행복지수, 워라밸, 연금제도, 실업수당, 요양제도
경제	1인당 소득, 구매력지수, 경제성장률, 실업률, 고용 안정성
교육	공교육의 질, 대학 진학률, 지역/계층간 교육 평등
의료	인수대비 병원수, 의사수, 의료비용, 건강보험제도, 기대수명, 질병 예방
정치/사회	정부신뢰도(부패지수, 투명성), 사회적 갈등(이념, 종교, 인종), 개인의 자유, 차별금지(성평등, 소수자 보호)
치안	범죄율, 공공안전(경찰대응, 인프라)
환경	공기, 물, 기후, 자연재해, 오염, 자연경관
주거	주택구매 합리성, 주거의 질, 대중교통, 출퇴근 시간, 생활편의(마트, 공원, 문화시설)
자유/인권	표현의 자유, 종교의 자유, 공정한 사법체계, 성적지향의 자유
가족/육아	출산/육아 지원, 육아휴직 제도, 유연근무제, 보육/교육 지원
문화	다양성, 개방성, 정책지원
디지털	통신 속도, 통신비용

• 학생들이 조사한 기준과 순위

기준(요소)	국가 순위*	중요도**	가중 순위
치안시설	4	3	12
복지(의료보험)	10	4	40
4계절	4	2	8
연금	15	5	75
좋은 일자리	40	3	120
다양한 음식	15	2	30
인터넷(유선)	7	3	21
인터넷(무선)	5	4	20
교통(대중교통)	10	3	30
교통(가격)	15	3	45
의료시스템(기술)	9	5	45
의료시스템(시설, 비용)	10	5	50
취업(급여, 시간, 취업율)	26	3	78
통신(무선 성공률)	1	3	3
언론자유	39	3	117
환경(수질)	8	3	24
인권	63	5	315
행복한 사림이 많은	59	4	236
총기소지 금지	5	3	15
안전	30	1	30

기준(요소)	국가 순위*	중요도**	가중 순위
경제력(GDP)	10	4	40
경제력(PPP)	26	4	104
경제력(GNI)	10	3	30
공정한 법집행(독립성)	48	4	192
규제	21	2	42
배달앱	10	2	20
에너지	21	3	63
순위 계산 1805/89=20.28 **(약 20위)**		중요도 합 89	가중순위 합 1,805

* 국가 순위는 학생들의 조사 결과 또는 투표로 결정
** 중요도는 학생들의 투표로 결정

신뢰할만한 조사기관

- U.S. News & World Report 시사 주간지로 17,000명이 조사하고 경제적, 정치적 안정, 삶의 질을 종합적으로 평가하여 순위를 발표한다.
- EIU Economist Intelligence Unit 영국 주간지 이코노미스트의 자매기관으로 세계 도시를 대상으로 살기 좋은 정도를 평가하여 글로벌 살기 적합성 지수(Global Liveability Index)를 발표한다. 173개 글로벌 도시를 대상으로 안정성, 의료, 문화와 환경, 교육, 인프라를 기준으로 삶의 질을 평가한다.
- OECD BLI Better Life Index 개인적으로 중요하다고 생각하는 정도에 따라 11개 지표의 가중치를 선택하면 34개 OECD 국가의 순위를 그래프로 볼 수 있다.
- UNDP(유엔개발계획) HDI Human Develop Index 4가지 지표(기대수명, 기대교육년수, 평균교육년수, GNI)를 바탕으로 순위를 정한다.
- SDSN World Happiness Report 행복에 영향을 주는 지표들을 설정하여 평가한다. 2025년 한국은 58위이다.
- CEOWORLD Magazine 군사비 지출이 많은 나라, 건강한 나라, 억만장자가 많은 나라, 기대수명이 낮은 나라, 은퇴하기 좋은 나라와 같은 통계자료를 제공한다.
- Numbeo 생활비, 주택가격, 소비자 물가지수, 범죄통계, 의료의 질, 교통 서비스의 질 등의 자료를 찾을 수 있다.

2025년 한국교양기초교육원 양적추론 Workshop
(QR: Quantitative Reasoning)

교육부

한국교양기초교육원
Korea National Institute for General Education